

УНИВЕРЗИТЕТ У БАЊОЈ ЛУЦИ
ФАКУЛТЕТ: ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ



РЕПУБЛИКА СРПСКА
УНИВЕРЗИТЕТ У БАЊОЈ ЛУЦИ
Природно-математички факултет
Број: 19-4/21
Датум: 05.01.2021 год
БАЊА ЛУКА

ИЗВЈЕШТАЈ

о оцјени урађене докторске дисертације

І ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ

На основу члана 149. Закона о високом образовању, члана 54. Статута Универзитета у Бањој Луци, Наставно-научно вијеће Природно-математичког Факултета Универзитета у Бањој Луци, на сједници одржаној дана 16.11.2020. г., донијело је под бројем 19/3.2570/20 Одлуку о именовању Комисије за писање извјештаја, преглед, и оцјену урађене докторске дисертације кандидата мр Димитрија Д. Чвокића под називом: „ПОСТОЈАЊЕ ШТАКЛБЕРГОВИХ ЕКВИЛИБРИЈУМА У ПРОБЛЕМУ (r|p) ХАБ-ЦЕНТРОИДА СА ЦЈЕНОВНИМ НАДМЕТАЊЕМ И АЛГОРИТМИ ЗА ЊИХОВО ПРОНАЛАЗЕЊЕ“, у следећем саставу:

1. Др Александар В. Пљасунов, доктор математичких наука са хабилитацијом, доцент на ужој научној области Дискретна математика и теоријска кибернетика (ВАК РФ 01.01.09.), Катедра за теоријску кибернетiku Механичко-математичког факултета Националног истраживачког државног универзитета у Новосибирску (Новосибирск, Русија), председник;
2. Проф. др Милан В. Јовановић, редовни професор на ужој научној области Математичка анализа и примјене, Природно-математички факултет Универзитета у Бањој Луци, члан;
3. Др Драган Кораћ, доцент на ужој научној области Рачунарске науке, Природно-математички факултет Универзитета у Бањој Луци, члан;
4. Проф. др Александар Љ. Савић, ванредни професор на ужој научној области Нумеричка математика и оптимизација, Катедра за нумеричку математику и оптимизацију Математичког факултета Универзитета у Београду (Београд, Србија), коментор, члан;
5. Проф. др Јуриј А. Кочетов, редовни професор на ужој научној области Дискретна математика и теоријска кибернетика (ВАК РФ 01.01.09.) Катедра за теоријску кибернетiku Механичко-математичког факултета Националног истраживачког државног универзитета у Новосибирску (Новосибирск, Русија), ментор, члан;

Одлуку Наставно-научног вијећа Природно-математичког факултета је потврдио Сенат Универзитета у Бањој Луци на сједници одржаној 26.11.2020. г., одлуком под бројем 02/02-3.2708/44/20. Комисија је у предвиђеном року прегледала докторску

дисертацију кандидата мр Димитрија Д. Чвокића и о томе Наставно-научном вијећу Природно-математичког факултета и Сенату Универзитета у Бањој Луци подноси сљедећи извјештај.

- 1) Навести датум и орган који је именовео комисију;
- 2) Навести састав комисије са знаком имена и презимена сваког члана, научно-наставног звања, назива уже научне области за коју је изабран у звање и назива универзитета/факултета/института на којем је члан комисије запослен.

II ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ

Име, име једног родитеља, презиме: *Димитрије (Душан) Чвокић*

Датум рођења, општина, држава: *08.11.1984. г., Ливно, Босна и Херцеговина*

Назив универзитета и факултета и назив студијског програма академских студија II циклуса, односно последиједипломских магистарских студија и стечено стручно/научно звање:

- Назив универзитета и факултета: *Математички факултет Универзитета у Београду*
- Студијски програм II циклуса: *Примењена математика*
- Стечено стручно/научно звање: *мастер математичар*

Факултет, назив магистарске тезе, научна област и датум одбране магистарског рада:

- Факултет: *Математички факултет Универзитета у Београду*
- Назив магистарске/мастер тезе: *Гоморијеве одсијецајуће равни – развој и примјене*
- Научна област: *Математика*
- Датум одбране магистарског/мастер рада: *24.09.2012. г.*

Година уписа на докторске студије и назив студијског програма: *2017, Математика.*

- 1) Име, име једног родитеља, презиме;
- 2) Датум рођења, општина, држава;
- 3) Назив универзитета и факултета и назив студијског програма академских студија II циклуса, односно последиједипломских магистарских студија и стечено стручно/научно звање;
- 4) Факултет, назив магистарске тезе, научна област и датум одбране магистарског рада;
- 5) Научна област из које је стечено научно звање магистра наука/академско звање мастера;
- 6) Година уписа на докторске студије и назив студијског програма.

III УВОДНИ ДИО ОЦЈЕНЕ ДОКТОРСKE ДИСЕРТАЦИЈЕ

Наслов докторске дисертације и орган који је прихватио тему

Тему докторске дисертације под називом „*ПОСТОЈАЊЕ ШТАКЛБЕРГОВИХ ЕКВИЛИБРИЈУМА У ПРОБЛЕМУ $(r|p)$ ХАБ-ЦЕНТРОИДА СА ЦЈЕНОВНИМ НАДМЕТАЊЕМ И АЛГОРИТМИ ЗА ЊИХОВО ПРОНАЛАЗЕЊЕ*“ (енг. „THE EXISTENCE AND SOLUTION METHODS FOR STACKELBERG EQUILIBRIA IN THE $(r|p)$ HUB-CENTROID PROBLEM UNDER THE PRICE WAR“) кандидата мр Димитрија Д. Чвокића, прихватило је Наставно-научно вијеће Природно-математичког факултета Универзитета у Бањој Луци одлуком под бројем 19/3.1525/20, дана 15.07.2020. Сенат Универзитета у Бањој Луци одлуком под бројем 02/04-3.1604-27/20, дана 23.07.2020. г., дао је сагласност на поменути Извјештај о оцјени услова и подобности теме и кандидата за израду докторске дисертације студента III циклуса мр Димитрија Д. Чвокића, на Природно-математичком факултету

Универзитета у Бањој Луци.

Садржај дисертације са страничењем

Contents

List of Abbreviations	ix
List of Figures	x
List of Tables	xii
List of Codes	xiii
List of Algorithms	xiv
1 Introduction	16
1.1 Hub Location Problem	17
1.1.1 Two Classic Hub Location Problems	20
1.1.2 Current Trends in HLP Research	22
1.2 Stackelberg Competition	24
1.3 The $(r p)$ Hub-Centroid Problem	29
1.4 Bertrand Competition	34
1.5 Logit Model	36
1.5.1 Some Properties of Gumbel Distribution	38
1.5.2 Choice Probabilities of Logit Model	40
1.6 Outline of Dissertation	42
2 The $(r p)$ Hub-Centroid Problem under the Price War	43
2.1 Mathematical Formulation	45
2.2 Existence of Bertrand-Nash Price Equilibrium	49
2.3. Existence of Stackelberg Equilibria	55
2.4 Computational Complexity	57
2.5 Optimal Routes	60
2.6 Reformulation of Follower's Model	64
2.6.1 Linear Reformulation of Model for $(r H_p)$ HMPuPW	64
2.6.2 Linear Reformulation of AM	65
3 Solution Approach	68
3.1 Exact Solver for Follower's Model	70
3.2 Alternating Heuristic	78
3.3 Variable Neighborhood Search	79
3.3.1 Objective Function	84
3.3.2 Shaking	85
3.3.3 Local Search	86
4 Computational Experiments	88
4.1 Stability of VNS Solution Approach	89
4.2 Comparison of AH and VNS Solutions	90
4.3 Effect of Θ and α Parameters	92
4.4 Similarities Between Hub Backbones of Competitors	97
4.5 Effect of Solving Auxiliary Model	98
4.6 When Leader Ignores Follower	99

5 Conclusion	103
5.1 Contributions	104
Bibliography	107
Appendices	118
A CAB Dataset	119
B USA Map of CAB Dataset	135
C Results of Computational Experiments	136
Alphabetical Index	148
Name Index	153
Curriculum Vitae	154

Основни подаци о докторској дисертацији

Језик дисертације је енглески, у складу са одлуком Сената под бројем 02/04-3.2708-43/20, дана 26.11.2020. г., при чему *насловна страна, захвалница, и резиме имају своје преводе на српски језик како је то уређено Правилником о садржају, изгледу, и дигиталном репозиторијуму докторских дисертација на Универзитету у Бањој Луци*. Дисертација има 155 страна А4 формата и издијељена је на седам глава: Introduction, The $(r|p)$ Hub-Centroid Problem under the Price War, Solution Approach, Computational Experiments, Conclusion, Bibliography (127 библиографских јединица), и Appendices. Поред поменутих глава, присутне су прелиминарије, индекси, и биографија: списак скраћеница (List of Abbreviations), списак слика (List of Figures), списак табела (List of Tables), списак кодова (List of Codes), списак алгоритама (List of Algorithms), индекс појмова (Alphabetical Index), индекс имена (Name Index), и биографија (Curriculum Vitae). У тексту се налазе четири слике, 27 графикона, 11 табела, три пајтон-кода и пет алгоритама представљених псеудокодом.

- 1) Наслов докторске дисертације;
- 2) Вријеме и орган који је прихватио тему докторске дисертације
- 3) Садржај докторске дисертације са страничењем;
- 4) Истаћи основне податке о докторској дисертацији: обим, број табела, слика, шема, графикона, број цитиране литературе и навести поглавља.

IV УВОД И ПРЕГЛЕД ЛИТЕРАТУРЕ

Разлози за предузимање истраживања

Проблем размјештања разводних тачака (енгл. Hub Location Problem (HLP)) представља савременију област истраживања у теорији размјештања (енг. Location Theory). Уопштено, ријеч је о тражењу оптималног размјештаја разводних тачака и повезивања преосталих неразводних са разводним имајући у виду задат и јасно формулисан циљ образовања транспортне мреже. Разводне тачке служе за консолидацију и дисеминацију током рутирања робе или путника између полазишта и одредишта (енг. Origin-Destination pairs (O-D парови)). Овај концепт је уведен ради смањења укупног броја непосредних веза међу тачкама (чворовима диграфа) и искоришћавања економског ефекта који има повећана количина протока између разводних чворова (попуст на количину, енг. economies of scale), а који се природно

јавља у оваквим поставкама. Због своје важности како из теоријског, тако и из практичног угла, НЛР се у последње вријеме интензивно проучава.

Истраживање проблема размјештања се на Математичком институту „Собољев“ (Академ-град, Новосибирск, Русија) врши од раних 60-их година прошлог вијека. Међу њима се прије свега могу истаћи радови Бересњева В.Л., Гимадија Е.Х., Дементијева В.Т., Шамардина Ј.В., Колоколова А.А., Антипина А.С., Хамисова О.В., Василјева И.Л., Забудског Г.Г., Левановке Т.В., и многих других. На Универзитету у Београду, тиме су се бавили Дугошија Ђ., Младеновић Н., Дражић З., Кратица Ј., Филиповић В., Станимировић З., Марић М., и други. Међутим, проблеми размјештања *разводних тачака* у конкурентном окружењу, и то у спрези са цијенама, тек одскора се разматрају у научној литератури.

У БиХ, као и земљама окружења, ово је прва дисертација у којој се проучава ова проблематика, а уједно и прва у којој се разматрају проблеми оптимизације у више нивоа.

Проблем истраживања

Двије конкурентне транспортне компаније намеравају да уђу на тржиште, што се сматра општепознатим (имајући у виду дефиницију тог термина у теорији игара). Обје теже ка максимизацији профита проналажењем најбољих разводних мрежа уз образовање одговарајуће цјеновне структуре. Управа једне компаније жели да размјести p разводних тачака, а друга планира да размјести њих r . Након инсталације одговарајућих мрежа, очекује се да ће компаније кренути са цјеновним надметањем. Рјешење овог надметања, ако постоји, је Берtrand-Нешов цјеновни еквилибријум у којем ниједној од компанија-такмаца није исплативо да једнострано промијени своју цјеновну одлуку.

Обично се у литератури разматрају два сценарија: симултани и секвенцијални улазак на тржиште. У првом сценарију цјеновно надметање је природна претпоставка. Проблем је у томе што бисмо могли очекивати да постоји више Нешових еквилибријума када је ријеч о разводним мрежама. Проналажење доминантног Нешовог еквилибријума за једну од компанија-такмаца би могао бити поприлично исцрпљујући задатак, гледано из рачунског угла. Штавише, доминантни Нешов еквилибријум не мора бити састављен од чистих стратегија, тј. може се пројавити у облику циклуса повезаних најбољих рекација. Стандардно тумачење Нешовог еквилибријума састављеног од мјешовитих стратегија није прихватљиво. Компанија неће „бацати новчић“ како би одабрала своју мрежну топологију. У другом сценарију, надметање ценама се не претпоставља, тј. прва компанија која уђе на тржиште посвећена је својој одлуци о размјештању разводних тачака и цијена. Ипак, коначно решење Штаклберга подразумијева постојање допустивог Берtrand-Нешовог цјеновног еквилибријума, који отвара врата кооперативној игри цијена са раздјеливим добитком. Стога, узимајући све ово у обзир, има смисла бити заинтересован за разматрање међуваријанте, тј. Штаклберговог надметања са цјеновним надметањем. Једна компанија, *leader*, улази на тржиште као први конкурент (први такмац), и свјесна је (зна) да ће за њом ући још једна – *follower* (други конкурент/такмац). С друге стране, цијене се формирају према рјешењу

симултане цјеновне игре. Ова поставка имплицира да leader не намеће цијене follower-у, нити га игнорише, већ су оне у суштини резултат улаза follower-а на тржиште (надметања које тад креће). Могли бисмо рећи да је сценарио еквивалентан потрази за Штаклберговом стратегијом у симултаној игри (представљеној у нормалном/матричном облику), а могућа је и веза са потрагом за *status quo* позицијом када би се разматрале кооперативне цијене.

Предмет истраживања

Формално, *поставка проблема* почива на комплетном диграфу $G = (N, A)$, гдје је N непразан скуп и A је скуп ивица. Разводном тачком може постати искључиво неки чвор $k \in N$, при чему чвор може бити дијељен међу такмацима и нема ограничења на капацитет. Одабир чвора који ће бити разводна тачка се сматра стратешком одлуком. Први и други такмац размјештају p и q разводних тачака, респективно. Неразводне тачке могу бити, такође, само чворови диграфа G , али различити од оних који су одабрани за разводне. За сваку ивицу $(i, j) \in A$, постоји транспортни трошак по јединици робе или по путнику $c_{ij} \geq 0$. За сваки О-Д пар $(i, j) \in N^2$, такмац може да понуди само једну транспортну руту. Вишеструка повезивања неразводних тачака са разводним су дозвољена. Једна неразводна тачка не може бити непосредно повезана са другом неразводном. Транспортни коефицијенти χ , α , и δ су познати за дато тржиште и респективно одговарају консолидацији робе/путника од полазишта до одговарајуће сусједне разводне тачке са којом је повезана, транспорту између двије разводне тачке, и дистрибуцији на крајње одредиште. Надовезивање ивица формира руту. Највише двије разводне тачке могу да буду на једној рути. Трошкови транспорта на рути $i \rightarrow k \rightarrow l \rightarrow j$ су дати према $c_{ij,kl} = \chi c_{ik} + \alpha c_{kl} + \delta c_{lj}$, за све $i, j, k, l \in N$. Клијенти бирају руте превасходно према понуђеним цијенама. За оба учесника је карактеристично образовање mill-цијена. Логит-модел се користи за процјену конзументског/дискретног избора (енг. Qualitative Choice Models). Карактерише га параметар осјетљивости Θ , са већ познатом ненегативном вриједношћу, добијеном економетријским испитивањем. За веће Θ клијенти су осјетљивији на разлике у цијенама, док за мање Θ , природно, важи обрнуто. Мрежа разводних тачака мора да покрива све чворове диграфа G , тј. услуге су понуђене свима на тржишту.

Циљ истраживања

У ширем смислу, циљ истраживања је проучавање спрега цијена и мреже разводних тачака (хабова) у конкурентном окружењу. Уже гледано, циљ истраживања је доказ постојања Штаклбергових еквилибријума у проблему $(r|p)$ хаб-центроида са цјеновним надметањем $((r|p)HCPuPW)$, карактеризација оптималних рјешења, испитивање рачунске сложености, те конструкција матхеуристичких алгоритама за рјешавање проблема leader-а.

Хипотезе

Главна хипотеза: постоји Штаклбергов еквилибријум за проблем $(r|p)$ хаб-центроида са цјеновним надметањем.

Помоћне хипотезе:

1. Постојање Штаклберговог еквилибријума је омогућено постојањем Берtrand-Нешовог цјеновног еквилибријума при логит-моделу конзумерског избора;
2. Руте са најмањим транспортним трошковима су оптималне;
3. Проблем follower-а се може реформулисати као мјешовито-цјелобројни линеарни математички програм;
4. $(r|p)$ НСРuPW је NP -тежак;
5. Проблем follower-а $((r|p)НMPuPW$ и auxiliary) је NP -тежак;
6. Изведени алокацијски проблеми follower-а припадају класи P ;
7. Надметање цијенама може значајно да утиче на топологију разводних тачака оба такмаца у разматраном Штаклберговом надметању.

Резултати претходних истраживања

Одлуке о размјештању и формирању мреже су према својој природи стратешке, док се образовање цијена налази на нижем, тактичком, или пак оперативном нивоу. Због овога се разматрање везе између размјештања и цијена може учинити необичним на први поглед. Ипак, показано је да одлука о топологији разводне мреже коју ће да користи компанија за транспорт увелико зависи од прихода. У том погледу, приходи су у исто вријеме зависни од цјеновне структуре. Стога, компанија која планира своју транспортну мрежу тешко да може донијети добру одлуку кад је ријеч о изгледу транспортне мреже, уколико неће узимати у обзир утицај цијена. С друге стране, на формирање цијена утиче сама транспортна мрежа, тј. имамо спрег стратешких и тактичких/оперативних одлука (Luer-Villagra and Marianov (2013), Čvokić et al. (2016), Čvokić et al. (2019), Čvokić and Stanimirović (2020)). Поред цијена, тржишта карактеришу и олигополи. Профит компаније не зависи само од одлуке њеног руководства, него и од потеза конкуренције (Sasaki and Fukushima (2001), Čvokić et al. (2019), Kononov et al. (2019)).

Улазак на тржиште компанија које логистику заснивају на топологији разводних мрежа се углавном у литератури разматрао из угла Штаклбергових надметања. Први рад на ову тему је објављен 2001. г (Sasaki and Fukushima (2001)). Разматран је непрекидни Штаклбергов HLP у којем се инкумбент бори за максимизацију профита узимајући у обзир више нападача. За сваку руту је само једна разводна тачка била дозвољена. Студија Махмутогуларија и Каре из 2016. г. (Mahmutogulari and Kara (2016)) ставља у фокус $(r|p)$ хуб-центроид проблем, тј. HLP је комбинаторан по својој природи, а не непрекидан, а на рути могу бити једна или двије разводне тачке. У поменутом раду потражња се међу компанијама дијели према упроштеном моделу „побједник узима све“ – ко понуди нижу цијену за конкретан O-D пар „преузима“ све клијенте. Циљ проблема је максимизација удјела у тржишту. У раду је понуђен и егзактан приступ рјешавања.

Упроштен модел подјеле потражње „побједник узима све“ не одражава вјерно стварно стање. Поред надметања, у олигополима је потребно узети у обзир понашање клијената, а претпоставља се да су цијене важан критеријум у одлучивању корисника услуга. Логит-модел, заснован на логистичкој регресији, је изразито кориштен у транспортној литератури и тренутно је међу најчешће коришћеним моделима за моделовање конзумерског/дискретног избора (Garrow (2010), Luer-Villagra and Marianov (2013), Čvokić et al. (2019)). Омогућује добру процјену расподеле клијената у случају варијабилних услуга са различитим цијенама, а додатно га карактерише затворен математички израз.

Упоредивање метахеуристичких алгоритама за конкурентне проблеме размјештања и образовања цијена (али не и размјештања разводних тачака) је дат у раду Кочетва и сарадника (Kochetov et al. (2015)). Може се рећи да је дати рад полазни за разматрање

алгоритамског приступа у оваквим и сличним проблемима.

Поменуте референце

- Čvokić, D.D., Kochetov, Y.A., Plyasunov, A.V.: A leader-follower hub location and pricing problem under fixed markups. In; Y.A. Kochetov et al. (eds.) DOOR 2016 LNCS 9869, pp. 350-363, Srpinger, Cham (2016)
- Čvokić, D.D., Kochetov, Y.A., Plyasunov, A.V., Savić, A.: The competitive hub location under the price war. In: Khacahy M., Kochetov Y., Pardalos P. (eds.) Mathematical Optimization Theory and Operations Research. MOTOR 2019. Lecture Notes in Computer Science, vol 11548, pp. 133-146. Springer, Cham (2019)
- Čvokić, D.D., Stanimirovic, Z.: A single allocation hub location and pricing problem. Comp. Appl. Math. 39, 40 (2020)
- Garow, L.A.: Discrete choice modelling and air travel demand: theory and applications. Routledge, London, UK (2010)
- Kochetov, Y., Panin, A., Plyasunov, A.: Comparison of metaheuristics for the bilevel facility location and mill pricing problem. Journal of Applied and Industrial Mathematics 9(3), 392-401 (2015)
- Kononov, A.V., Panin, A.A., Plyasunov, A.V.: A bilevel competitive location and pricing model with nonuniform split of demand. J. Appl. Ind. Math. 13, 500-510 (2019)
- Luer-Villagra, A., Marianov, V.: A competitive hub location and pricing problem. European Journal of Operational Research 231(3), 734-744 (2013)
- Mahmutogullari, I., Kara, B.: Hub location under competition. European Journal of Operational Research 250(1), 214-225 (2016)
- Panin, A., Paschchenko, M., Plyasunov, A.: Bilevel competitive facility location and pricing problems. Automation and Remote Control, 75(4), 715-727 (2014)
- Sasaki, M., Fukushima, M.: Stackelberg hub location problem. Journal of the Operations Research Society of Japan 44(4), 390-405 (2001)

Допринос тезе

Ријеч је о новом најреалистичнијем до сада моделу у два нивоа што се тиче размјештања разводних тачака (хабова), јер укључује конкурентно окружење са цјеновним надметањем. Математички је доказано постојање Берtrand-Нешовог цјеновног еквилибријума при логит-моделу конзументског/дискретног избора. Из доказа су изведене нове трансцендентне једначине најбоље реакције. Дати резултати су послужили за доказивање постојања Штаклберговог еквилибријума у датом проблему. Поред тога, разматрана је карактеризација рута. Доказано је да оптималне руте одговарају оним које одликују најмањи транспортни трошкови (што не мора да буде случај у неким другим поставкама). Показано је како се може преформулисати иницијално нелинеаран модел follower-а (другог такмаца) у мјешовито-цјелобројни линеарни програм. Такође је показано како се auxiliary (допунски) модел може реформулисати као мјешовито-цјелобројни линеарни програм. Доказано је да су проблеми follower-а, auxiliary модела, и проблем $(r|p)$ хаб-центроида са цјеновним надметањем NP-тешки. С друге стране, доказано је да изведени алокацијски проблеми припадају класи P. Конструисани су алгоритми за проналажење Штаклберговог еквилибријума засновани на алтернатијској хеуристици и методу промјенљивих околина (МПО). За модификацију МПОа је доказано оптимизацијско својство. Стручни допринос се односи на имплементацију одговарајућих алгоритама за рјешавање овог проблема, њихово тестирање, и документовање испитивања на САВ-

инстанцама. Другим ријечима, дати су одговори на све постављене хипотезе.

Очекивани научни и прагматични доприноси дисертације

Резултати овог истраживања наћи ће своје мјесто у теорији размјештања која је једна од тренутно најразвијенијих теорија операционих истраживања (научни допринос). Поред тога, ово истраживање може да послужи као основа за даљи развој у области размјештања разводних тачака у конкурентном окружењу, а представљени модели и теореме би могли бити укључени и у наставу математике и информатике на постдипломским студијама. Поред тога, могуће конкретне примјене (прагматични допринос) добијених резултата су:

- 1) образовање путне мреже за авиотранспорт путника и робе;
 - 2) образовање путне мреже у поморском транспорту;
 - 3) образовање мреже поштанских услуга;
 - 4) образовање телекомуникационе мреже;
 - 5) размјештај пунктова служби хитне помоћи, спасилачких служби, санитетског превоза, и патронажних служби;
 - 6) *Supply Chain Management* логистика;
 - 7) у теорији концентрације криминала и криминологији мјеста.
- 1) Укратко истаћи разлог због којих су истраживања предузета и представити проблем, предмет, циљеве и хипотезе;
 - 2) На основу прегледа литературе сажето приказати резултате претходних истраживања у вези проблема који је истраживан (водити рачуна да обухвата најновија и најзначајнија сазнања из те области код нас и у свијету);
 - 3) Навести допринос тезе у рјешавању изучаваног предмета истраживања;
 - 4) Навести очекиване научне и прагматичне доприносе дисертације.

V МАТЕРИЈАЛ И МЕТОД РАДА

За теоријски дио су коришћени савремени методи операционих истраживања који укључују математичко моделовање оптимизацијских проблема, моделе конзumerског/дискретног избора, резултате конвексне анализе, теорију игара, теорију рачунске сложености, метахеуристике, и теорију локалног претраживања. Кад је ријеч о практичном (експерименталном) дијелу истраживања, конструисани алгоритми су тестирани на САВ-инстанцама, а за анализу нумеричких резултата је коришћена дескриптивна статистика. Треба имати у виду да сама операциона истраживања спадају у тзв. прескриптивну аналитику.

Теоријски правац истраживања је базиран на следећем:

- преглед, осврт, и проучавање постојеће научне и стручне литературе која се тиче проблема разводних тачака, Штаклберговог надметања, и образовања цијена;
- методе математичког моделовања оптимизацијских проблема који се односе на логистичке проблеме уз коришћење резултата теорије игара (енг. Game Theory) и конзumerског/дискретног избора;
- постављање хипотеза;
- коришћење познатих математичких резултата (теорема) и техника диференцијалног рачуна, конвексне анализе, теорије игара, и математичке оптимизације с циљем доказивања или пак оповргавања постављених хипотеза;
- технике реформулације нелинеарних математичких програма ради проналажења реформулације проблема follower-а и auxiliary модела које би омогућиле њихово рјешавање state-of-the-art рјешавачима;

- конструкцији алгоритама заснованих на мат- и метахеуристикама.

Практични дио истраживања је базиран на следећем:

- имплементацији алгоритама на рачунарском програмском језику Python, уз коришћење одговарајућих помоћних програмских пакета;
- извођењу рачунских огледа на САВ инстанцама;
- дескриптивној статистици за анализу добијених нумеричких резултата.

За обраду резултата рачунских огледа је коришћена дескриптивна статистика: минимум, максимум, средња вриједност, медијана, средње апсолутно одступање, и опсег. Размотрено је следеће:

1. стабилност приступа у рјешавању (алгоритма) процјењена на основу средњег апсолутног одступања и опсега;
2. квалитет рјешења добијених различитим алгоритмима упоређивањем и приказом расподјела поређења;
3. утицај параметара на профит, удио у тржишту и NPM;
4. сличност скупова разводних тачака коришћењем Жакардовог индекса сличности и Szymkiewicz-Simpson-овог коефицијента преклапања;
5. утицај auxiliary модела простим поређењем.

За обраду података су се користили програмски пакети NumPy, SciPy, и Pandas преинсталирани на Anaconda платформи.

Коришћене методе, како у теоријском, тако и у практичном дијелу у потпуности одговарају проблему и предмету истраживања. Како је ријеч о математичким резултатима у теоријском дијелу, коришћена методологија је сама по себи тачна и савремена. Што се тиче практичног дијела, Python спада у модерне и веома популарне динамички типизоване програмске језике са добро развијеним програмским библиотекама (пакетима) за научна израчунавања: NumPy, SciPy, Pandas, и Matplotlib. У самој дисертацији приказ поменутог је омогућен одговарајућим библиотекама LaTeX-а (који је и коришћен за писање дисертације).

САВ скуп података је у научној литератури стандардан за формирање инстанци када је ријеч о проблемима размјештања разводних тачака.

Није дошло до промјене плана истраживања од пријаве теме дисертације.

Како је акценат на теоријском истраживању, јер је докторска дисертација из математике, сви разматрани параметри су довољни. Што се тиче практичног дијела, исто се може рећи и за развој алгоритама. Такође, статистичка обрада података се сматра адекватном.

1) Објаснити материјал који је обрађиван, критеријуме који су узети у обзир за избор материјала;

2) Дати кратак увид у примијењени метод истраживања при чему је важно оцијенити следеће:

1. Да ли су примијењене методе истраживања адекватне, довољно тачне и савремене, имајући у виду достигнућа на том пољу у свјетским нивоима;
2. Да ли је дошло до промјене у односу на план истраживања који је дат приликом пријаве докторске тезе, ако јесте зашто;
3. Да ли испитивани параметри дају довољно елемената или је требало испитивати још неке, за поуздано истраживање;
4. Да ли је статистичка обрада података адекватна.

VI РЕЗУЛТАТИ И НАУЧНИ ДОПРИНОС ИСТРАЖИВАЊА

Оригинални и најзначајни научни резултати истраживања

- уведен је нови, обogaћени проблем размјештања разводних тачака у Штаклберговом надметању при чему се разматра и надметање цијенама;
- формулисан је нелинеарни мјешовито-цјелобројни математички програм у два нивоа као математички модел за поменути проблем;

- доказано је постојање Берtrand-Нешовог цјеновног еквилибријума при логит-моделу конузмерског избора (теорема);
- доказано је постојање (сигурног) Штаклберговог еквилибријума (теорема);
- предложене су нове еквилибријумске једначине најбоље цјеновне реакције (став);
- испитано је гранично понашање оптималних вриједности функције циља leader-а и доказано је да је проблем follower-а NP -тежак (теореме);
- доказано је да изведени проблеми повезивања неразводних тачака са разводним припадају класи P (теореме и последице);
- доказано је да је проблем leader-а, тј. $(r|p)$ NSP у PW , NP -тежак (теорема);
- доказано је да су оптималне руте, за фиксиран размјештај разводних тачака, оне са најнижим транспортним трошковима (теореме);
- показано је како се проблем $(r|H_p)$ хаб-медианоида са цјеновним надметањем $((r|H_p)NMPuPW)$ може формулисати као мјешовито-цјелобројни линеарни програм;
- показано је како се допунски модел (AM) може реформулисати као мјешовито-цјелобројни линеарни програм;
- показано је како се може имплементирати алтернатијска хеуристика (AX) као метод за рјешавање проблема leader-а (алгоритам);
- показано је како се може имплементирати метод промјенљивих околина (МПО) за рјешавање проблема leader-а коришћењем AX за добијање иницијалног рјешења (алгоритам);
- показано је како се може процијенити функција циља на основу линеарне релаксације модела follower-а;
- дата је теоријска основа за коришћење k -swar околина у модификацији МПО-а (ставови) за $(r|H_p)NSP$ у PW ;
- уведен је нови тип околина coreswar за претраживање МПО-ом.

Приказ добијених резултата

За све теоријске резултате су формулисане и доказане одговарајуће теореме, ставови (Propositions), и последице (Corollaries), како је то уобичајено у математичким наукама, чиме је и задовољен критеријум критичности.

Алгоритми су описани псеудокодом, што је уобичајено у математичким и информатичким међународним научним часописима, а за егзактно рјешавање доњег модела су приказани битни фрагменти рачунарског програмског кода на Python-у.

Приказ рачунских резултата је на адекватан и илустративан начин пропраћен одговарајућим графиконима, цртежима, и табелама. Графиконима су приказане неке функције ради појашњења доказа теорема, илустровани су сигурни Штаклбергов и Берtrand-Нешов цјеновни еквилибријум, те приказане CDF за Гаусову и Гамбелову расподелу. Поред тога, у при предочењу резултата рачунских огледа коришћени су хистограм, barplot, violinplot, и boxplot. Табелама су приказане у литератури уобичајене карактеристике рачунских огледа на основу којих се процјењују перформансе хеуристичких алгоритама. Резултати рачунских огледа су окачени на Харвардску DataVerse платформу за јавно дијељење података коришћених и добијених током научно-истраживачког рада. Кандидат је показао да је способан да

прикупи, обради, и предочи резултате, те их упореди на одговарајући начин.

Нова сазнања

Нова сазнања се односе на добијене теоријске резултате исказане теоремама, ставовима, и њиховим посљедицама. Један нов проблем је уведен и за њега формулисан одговарајући нелинеарни мјештовито-цјелобројни математички програм у два нивоа. Формулисан и доказано је: 14 теорема, пет ставова, једна лема, и девет посљедица.

Такође, резултати рачунских експеримената говоре да је АХ добра за добијање иницијалног рјешења, али и да врло брзо упада у циклус (видно кратак). Поред тога, испоставило се да је p -HMLP боље полазно рјешење од p -HCLP за АХ. Разлика између МПО и АХ је у већини случајева мала, али зна бити значајна. Утицај параметра Θ је најочљивији. Угрубо, leader може очекивати нижи профит за веће Θ , и обрнуто. Слично опажање вриједи и за параметар α . С друге стране, изгледа да Θ и α имају супротан ефекат на односе профита такмаца. Поред тога, није очекивано да leader-у буде профитабилно да заузима више од 50% тржишта, иако рачунски огледи сугеришу да leader има предност због „првог потеза“, што је, можда, и контраинтуитивно. Поред поменутог, резултати, како теоријски, тако и кад је ријеч о рачунским огледима, сугеришу да у Штаклберговом надметању повећана осјетљивост на цијене имплицира конзервативније понашање корисника услуга – више су везани за првог такмаца, тј. оног који већ опслужује тржиште. Интересантно је да је ово опажање по својој природи више математичка импликација, него што је социолошка, економска, или пак психолошка.

Нови истраживачки правци

Један правац истраживања може да буде испитивање робусне варијанте овог проблема. Оно би захтјевало постављање новог модела, а тиме и другачији приступ у анализи и реформулацији. Поред тога, јединствени Берtrand-Нешов цјеновни еквилибријум указује да има смисла разматрати кооперативне цјеновне игре са раздјеливом добити јер је IATA својеврстан изузетак у међународним законима о заштити конкуренције. Такође, и за овај нови модел са кооперативним цијенама има смисла разматрати робусну варијанту.

Други од могућих циљева будућих истраживања, а који се назире, би могао бити конструисање егзактног алгорита за рјешавање $(r|p)$ HCPuPW. Конструкција егзактног метода за нелинеарне оптимизационе проблеме у два нивоа у којима се мора дефинисати понашање follower-а се у литератури показала као изузетно тежак задатак. Штавише, из дисертације видимо да је и конструција матхеуристичког алгорита неуобичајена.

Поред развијања сложенијих модела и конструисања бољих приступа (оптималном) рјешењу, трећи правац истраживања који се назире јесте допунско испитивање сложености овог и сличних проблема, тј. тражење њиховог мјеста у полиномским и апроксимацијским хијерархијама.

- 1) Укратко навести резултате до којих је кандидат дошао;
- 2) Оцијенити да ли су добијени резултати јасно приказани, правилно, логично и јасно тумачени, упоређујући са резултатима других аутора и да ли је кандидат при томе испољавао довољно критичности;
- 3) Посебно је важно истаћи до којих нових сазнања се дошло у истраживању, који је њихов теоријски и практични допринос, као и који нови истраживачки задаци се на основу њих могу утврдити или назирати.

VII ЗАКЉУЧАК И ПРИЈЕДЛОГ

Докторска дисертација коју је написао студент III циклуса Димитрије Д. Чвокић, уводи и разматра нов проблем у области операционих истраживања, врло вјероватно најреалистичнији до сад кад је ријеч о размјештању разводних тачака у конкурентном окружењу. Кандидат је формулисао одговарајући математички оптимизациони модел у два нивоа, доказао постојање сигурног Штаклберговог еквилибријума, и конструисао алгоритме за њихово проналажење засноване на мета- и матхеуристикама. Научно истраживање, приказано у дисертацији, сасвим сигурно доприноси развоју теорије локације и матхеуристичких алгоритама. **Такође, оригиналност рукописа је провјерена и потврђена софтвером за откривање плагијаторства URKUND.** Докторска дисертација Димитрија Д. Чвокића задовољава све критеријуме оригиналног научног рада, самостално урађеног према општеприхваћеним важећим научно-истраживачким методима. На основу анализе рачунских огледа дошло се до одређених смјерница, тј. организационо-управљачких увида за формирање транспортних мрежа са разводним тачкама у конкурентном окружењу. Такође, дисертација се може сматрати довољно добрим полазиштем за нова истраживања.

С обзиром на претходно казано, Комисија је мишљења да је дисертација мр Димитрија Д. Чвокића квалитетно урађена и да задовољава све критеријуме оригиналне тезе. Стога, Комисија предлаже Наставно-научном вијећу Природно-математичког Факултета и Сенату Универзитета у Бањој Луци да прихвате дисертацију и одобре њену јавну одбрану.

- 1) Навести најзначајније чињенице што тези даје научну вриједност, ако исте постоје дати позитивну вриједност самој тези;
- 2) На основу укупне оцјене дисертације комисија предлаже:
 - да се докторска дисертација прихвати, а кандидату одобри одбрана,
 - да се докторска дисертација враћа кандидату на дораду (да се допуни или измијени) или
 - да се докторска дисертација одбија.

ПОТПИС ЧЛАНОВА КОМИСИЈЕ

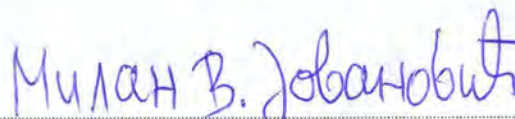
Датум: 04.01.2021.



1.

Др Александар В. Пласунов,
доцент на ужој научној области
Дискретна математика и теоријска кибернетика (ВАК РФ 01.01.09.),
Механичко-математички факултет
Националног истраживачког државног универзитета у Новосибирску,
Русија,
предсједник

2.



Др Милан В. Јовановић,
редовни професор на ужој научној области
Математичка анализа и примјене,
Природно-математички факултет Универзитета у Бањој Луци,

3.

Др Драган Кораћ,
доцент на ужој научној области Рачунарске науке,
Природно-математички факултет Универзитета у Бањој Луци,
члан

4.

Др Александар Љ. Савић,
ванредни професор на ужој научној области
Нумеричка математика и оптимизација,
Математички факултет Универзитета у Београду, Србија,
коментор, члан

5.

Др Јуриј А. Кочетов,
редовни професор на ужој научној области
Дискретна математика и теоријска кибернетика (ВАК РФ 01.01.09.),
Механичко-математички факултет
Националног истраживачког државног универзитета у Новосибирску,
Русија,
ментор, члан

ИЗДВОЈЕНО МИШЉЕЊЕ: Члан комисије који не жели да потпише извјештај јер се не слаже са мишљењем већине чланова комисије, дужан је да унесе у извјештај образложење, односно разлог због којих не жели да потпише извјештај.