



ИЗВЈЕШТАЈ

за оцјену урађене докторске дисертације / докторског умјетничког рада¹

1. ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ													
Орган који је именовао комисију: Научно-наставно вијеће Природно-математичког факултета													
Датум именовања комисије: 10.9.2025.													
Број одлуке: 19-3.2096/25													
Чланови комисије:													
1.	<table><tr><td>Пранић Мирослав</td><td>редовни професор</td></tr><tr><td>Презиме и име</td><td>Звање</td></tr><tr><td colspan="2">Математика, Математичка анализа и примјене</td></tr><tr><td colspan="2">Научно поље и ужа научна/умјетничка област</td></tr><tr><td>Природно-математички факултет, Универзитет у Бањој Луци</td><td>предсједник</td></tr><tr><td>Установа у којој је запослен/а</td><td>Функција у комисији</td></tr></table>	Пранић Мирослав	редовни професор	Презиме и име	Звање	Математика, Математичка анализа и примјене		Научно поље и ужа научна/умјетничка област		Природно-математички факултет, Универзитет у Бањој Луци	предсједник	Установа у којој је запослен/а	Функција у комисији
Пранић Мирослав	редовни професор												
Презиме и име	Звање												
Математика, Математичка анализа и примјене													
Научно поље и ужа научна/умјетничка област													
Природно-математички факултет, Универзитет у Бањој Луци	предсједник												
Установа у којој је запослен/а	Функција у комисији												
2.	<table><tr><td>Арсеновић Милош</td><td>редовни професор</td></tr><tr><td>Презиме и име</td><td>Звање</td></tr><tr><td colspan="2">Математика, Математичка анализа и примјене</td></tr><tr><td colspan="2">Научно поље и ужа научна/умјетничка област</td></tr><tr><td>Математички факултет, Универзитет у Београду</td><td>члан</td></tr><tr><td>Установа у којој је запослен/а</td><td>Функција у комисији</td></tr></table>	Арсеновић Милош	редовни професор	Презиме и име	Звање	Математика, Математичка анализа и примјене		Научно поље и ужа научна/умјетничка област		Математички факултет, Универзитет у Београду	члан	Установа у којој је запослен/а	Функција у комисији
Арсеновић Милош	редовни професор												
Презиме и име	Звање												
Математика, Математичка анализа и примјене													
Научно поље и ужа научна/умјетничка област													
Математички факултет, Универзитет у Београду	члан												
Установа у којој је запослен/а	Функција у комисији												
3.	<table><tr><td>Петковић Борис</td><td>доцент</td></tr><tr><td>Презиме и име</td><td>Звање</td></tr><tr><td colspan="2">Математика, Математичка анализа и примјене</td></tr><tr><td colspan="2">Научно поље и ужа научна/умјетничка област</td></tr><tr><td>Природно-математички факултет, Универзитет у Бањој Луци</td><td>члан</td></tr><tr><td>Установа у којој је запослен/а</td><td>Функција у комисији</td></tr></table>	Петковић Борис	доцент	Презиме и име	Звање	Математика, Математичка анализа и примјене		Научно поље и ужа научна/умјетничка област		Природно-математички факултет, Универзитет у Бањој Луци	члан	Установа у којој је запослен/а	Функција у комисији
Петковић Борис	доцент												
Презиме и име	Звање												
Математика, Математичка анализа и примјене													
Научно поље и ужа научна/умјетничка област													
Природно-математички факултет, Универзитет у Бањој Луци	члан												
Установа у којој је запослен/а	Функција у комисији												
4.	<table><tr><td></td><td></td></tr><tr><td>Презиме и име</td><td>Звање</td></tr><tr><td colspan="2">Научно поље и ужа научна/умјетничка област</td></tr><tr><td></td><td></td></tr><tr><td>Установа у којој је запослен/а</td><td>Функција у комисији</td></tr></table>			Презиме и име	Звање	Научно поље и ужа научна/умјетничка област				Установа у којој је запослен/а	Функција у комисији		
Презиме и име	Звање												
Научно поље и ужа научна/умјетничка област													
Установа у којој је запослен/а	Функција у комисији												
5.	<table><tr><td></td><td></td></tr><tr><td>Презиме и име</td><td>Звање</td></tr></table>			Презиме и име	Звање								
Презиме и име	Звање												

¹ У даљем тексту „дисертација / умјетнички рад”.

Научно поље и ужа научна/умјетничка област	
Установа у којој је запослен/а	Функција у комисији

2. ПОДАЦИ О СТУДЕНТУ

Име, име једног родитеља, презиме: Душан (Милан) Бајовић

Датум рођења: 22.12.1991.

Мјесто и држава рођења: Требиње, Босна и Херцеговина

2.1. Студије првог циклуса или основне студије или интегрисане студије

Година уписа:	2010.	Година завршетка:	2015.	Просјечна оцјена током студија:	8.97
---------------	-------	-------------------	-------	---------------------------------	------

Универзитет: Универзитет у Бањој Луци

Факултет/Академија: Природно-математички факултет

Студијски програм: Математика и информатика

Стечено звање: дипломирани математичар и информатичар

2.2. Студије другог циклуса или мастер студије

Година уписа:	2015.	Година завршетка:	2020.	Просјечна оцјена током студија:	9.66
---------------	-------	-------------------	-------	---------------------------------	------

Универзитет: Универзитет у Бањој Луци

Факултет/Академија: Природно-математички факултет

Студијски програм: Математика

Назив завршног рада другог циклуса или мастер тезе, датум одбране:

Контрактивна пресликавања у b -метричким просторима и примјене, 20.10.2020.

Ужа научна/умјетничка област завршног рада другог циклуса или мастер тезе:

Математичка анализа и примјене

Стечено звање: Мастер математике

2.3. Студије трећег циклуса

Година уписа:	2020.	Број ECTS бодова остварених до сада:	120	Просјечна оцјена током студија:	10.00
---------------	-------	--------------------------------------	-----	---------------------------------	-------

Факултет/Академија: Природно-математички факултет

Студијски програм: Математика

2.4. Приказ научних и стручних односно умјетничких радова студента ²		
Навести појединачне радове, са навођењем DOI бројева, односно концерте / снимљена дјела. Додати потребан број редова. Користити исти стил за навођење свих референци у 2.4.		
Р. 6.	Основни подаци о научном раду	Цитатна база
1.	Bajović, D. and Mitrović, Z. and Saha, M. (2021). Remark on contraction principle in cone _{TVS} b-metric spaces. <i>The Journal of Analysis</i> 29, 273-280. DOI: 10.1007/s41478-020-00261-x.	Web of Science Core Collection
2.	Zoto, K. and Vardhami, I. and Bajović, D. and Mitrović, Z. and Radenović, S. (2023). On Some Novel Fixed Point Results for Generalized F-Contractions in b-Metric-Like Spaces with Application, <i>Computer Modeling in Engineering and Sciences</i> . 135. 673-686. DOI: 10.32604/cmcs.2022.022878.	Web of Science Core Collection
3.	Bajović, D. and Mitrović, S. and Buhmiller, S. and Radenović, S. (2025). Remarks on Some Results of Extended Interpolative Hardy-Rogers-Geraghty-Wardowski Contractions and Ćirić-Reich-Rus Type F-Contractions. <i>Sahand Communications in Mathematical Analysis</i> . 22(1), 25-38. DOI: 10.22130/scma.2024.2018063.1564	Web of Science Core Collection
4.	Bajović, D. and Mitrović, Z. and Arandjelović, I. (2025). On estimating convergence for Picard sequences in b-metric space, <i>Letters in Nonlinear Analysis and its Applications</i> 3. 151-159. DOI: https://lettersinnonlinearanalysis.com/index.php/lnaa/article/view/59	-----
5.		-----
Припадност рада ужој научној/умјетничкој области којој припада предмет истраживања докторске дисертације		☒ ДА ☐ НЕ

3. УВОДНИ ДИО ОЦЕНЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ / УМЈЕТНИЧКОГ РАДА	
1. Итеративни низови и фиксне тачке у генерализованим метричким просторима	
2. Математика, Математичка анализа и примјене	
3. 13.11.2024. године, Одлука Научно-наставног вијећа Природно-математичког факултета број 19-3.2887/24	
4. 15.01.2025. године, Приједлог одлуке Научно-наставног вијећа Природно-математичког факултета број 19-3.69/25 -- 30.01.2025. године, Одлука Сената Универзитета у Бањој Луци број 02/04-3.100-41/25	
5. Садржај	
Увод	1
1 Метрички простори и генерализације	3
1.1 Метрички простори	3
1.2 Генерализације метричког простора	7
1.2.1 <i>b</i> -метрички простори.	10
1.2.2 Слаби <i>b</i> -метрички простори	17
2 Итеративни низови и фиксне тачке	21
2.1 Метричка теорија фиксне тачке	21
2.1.1 Проширење Харди-Роџерс контракције.	34
2.1.2 Фиксна тачка у <i>b</i> -метричким просторима	37
3 Процене растојања и критеријуми конвергенције.	39

² У складу са чланом 34 [Правила студирања на трећем циклусу студија, септембра 2022. године.](#)

3.1	Процјене у b -метричким просторима.	44
4	Полиномске контракције.	51
4.1	Слабе контракције.	51
4.2	Полиномске контракције у b -метричким просторима.	60
5	F -контракције.	70
5.1	Проширене F -контракције у метричким просторима.	74
5.2	Проширене F -контракције у слабом b -метричким просторима. ...	83
5.2.1	Примјена на рјешавање интегралне једначине.	93
	Закључак.	96
	Литература.	97
	Биографија аутора.	111

6. Дисертација је написана на српском језику(ћирилично писмо) на 111 страна А4 формата. Текст дисертације је подијељен на седам поглавља: Увод, Метрички простори и генерализације, Итеративни низови и фиксне тачке, Процјене растојања и критеријуми конвергенције, Полиномске контракције, F -контракције и Закључак. Осим тога, на почетку дисертације дате су Информације о ментору и дисертацији са резимеом и Захвалница уз посвету, док је на крају дата Литература (210 референци) и Биографија аутора. Дисертација садржи двије табеле.

У уводној глави представљена је мотивација за проучавање проблема фиксних тачака у генерализованим метричким просторима, као и историјски осврт на настанак и развој ове области. У првој глави дат је преглед основних појмова везаних за метричке просторе и разне генерализације метричког простора, са посебним освртом на b -метричке просторе. У другој глави су истакнути класични резултати теорије фиксне тачке, као и бројне модификације и проширења. Уведене су уопштене Харди–Роџерс контракције и дат је осврт на резултате фиксне тачке у b -метричким просторима. У трећој глави кандидат разматра процјену растојања између елемената низа и његове граничне вриједности у b -метричком простору, при чему се анализирају низови који испуњавају посебан контрактивни услов. У четвртој глави уведне су полиномске контракције и слабе полиномске контракције као проширење слабих контракција, а затим су доказане теореме Јунговог типа у b -метричким просторима. У петој глави введен је појам F -контракције и приказани нови резултати у оквиру различитих типова интерполативних проширених контракција. Разматране су и (s, q, φ, F) -контракције и њихове модификације у слабом b -метричким просторима, при чему је показано постојање јединствене фиксне тачке. У закључку су систематизовани сви добијени резултати, истакнут њихов научни значај и назначени могући правци даљих истраживања.

1. Наслов дисертације / умјетничког рада.
2. Научно поље и ужа научна/умјетничка област.
3. Датум прихватања теме дисертације / умјетничког рада и бројеви одлука одговарајућих органа чланица и Универзитета.
4. Датум прихватања извјештаја комисије за оцјену подобности студента, теме и ментора за израду дисертације / умјетничког рада и бројеви одлука одговарајућих органа чланица и Универзитета.
5. Садржај дисертације / умјетничког рада уз навођење броја страна.
6. Истаћи основне податке о дисертацији / умјетничком раду: обавезно укључујући обим, број и називе поглавља, број табела, слика, шема, графикана и број литературних навода.

4. УВОД И ПРЕГЛЕД ЛИТЕРАТУРЕ

1. Истраживање је подстакнуто чињеницом да класична теорија фиксне тачке у стандардним метричким просторима не обухвата бројне природне ситуације које настају у генерализованим метријским оквирима. У посљедње три деценије област теорије фиксне тачке у генерализацијама метричких простора интензивно се развија, а нарочито у новије вријеме за b -метричке просторе и њихове даље генерализације и примјене. Полазећи од тога, у раду се формулишу и анализирају нове класе контракција под слабијим претпоставкама, са циљем да се утврде услови постојања и

јединствености фиксне тачке, изведу квантитативне процјене конвергенције и прецизно позиционирају добијени резултати у односу на класичне теореме..

Предмет истраживања је постојање и јединственост фиксне тачке контракције у генерализованим метричким просторима и процјена грешке Пикаровог итеративног низа при различитим контрактивним условима. У оквиру генерализација истраживање обухвата b -метричке просторе и класе интерполативних Геретијевих и Харди-Роџерс контракција и F контракција. Процјена грешке итеративног низа посматра се у оквиру b -метричких и квази b -метричких простора у зависности од различитих контрактивних услова (Банах, Канан, Рајх, Харди-Роџерс, Чатерџа, Ћирић).

Циљ истраживања је вишеструк јер се разматра низ проблема у оквиру проширења метричких простора. Први циљ је увођењем (s, q, φ, F) -контракција, интерполативних Геретијевих контракција и интерполативних Харди-Роџерс контракција проширити постојеће резултате интерполативних и F -контракција у метричким и генерализованим метричким просторима. Други је добити процјену априорне и апостериорне грешке Пикаровог низа под различитим контрактивним условима.

Хипотезе истраживања:

1. Слабе (s, q, φ, F) -контракције имају фиксну тачку у комплетним b -метричким просторима.
2. Класе F -интерполативних Кананових, Герагхтијевих и Харди-Роџерсових контракција имају фиксну тачку у b -метричким просторима.
3. Процјена априорне и апостериорне грешке Пикаровог низа под контрактивним условима у b -метричким и квази b -метричким просторима.
4. Добити резултати имају примјену на рјешавање неких класа проблема диференцијалних и интегралних једначина, парцијалних диференцијалних једначина и фракционих диференцијалних једначина

2. Преглед литературе:

[1] A.L. Cauchy. Cours d'analyse de l'Ecole Royale Polytechnique. Imprimerie Royale, Paris, 1821.

[2] B. Riemann. Über die hypothesen, welche der geometrie zu grunde liegen. In H. Weber (ed.), Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Königliche Gesellschaft der Wissenschaften, Göttingen, 1868. Original lecture in 1854.

[3] E. Beltrami. Saggio di interpretazione della geometria non-euclidea. Giornale di Matematiche, 6:284–312, 1868.

[4] F. Klein. Über die sogenannte Nicht-Euklidische Geometrie. Mathematische Annalen, 4:573–625, 1871.

[5] H. Poincaré. Théorie des groupes fuchsien. Acta Mathematica, 1:1–62, 1882.

[6] M. Fréchet. Sur quelques points du calcul fonctionnel. PhD thesis, Université de Paris, Paris, 1906. Doctoral dissertation, introduction of metric spaces.

[7] F. Hausdorff. Grundzüge der Mengenlehre. Veit & Comp., Leipzig, 1914.

[8] S. Banach. Sur les opérations dans les ensembles abstraits et leur application aux équations intégrales. Fundamenta Mathematicae, 3(1):133–181, 1922.

[9] S. Czerwik. Contraction mappings in b -metric spaces. Acta Mathematica et Informatica Universitatis Ostraviensis, 1:5–11, 1993.

[10] I.M. Vulpe, D. Ostrajkh, and F. Khojman. The topological structure of a quasimetric space. Investigations in Functional Analysis and Differential Equations, 27:31–42, 1981.

[11] N. Bourbaki. Topologie générale. Hermann, Paris, 1966.

[12] I.A. Bakhtin. The contraction mapping principle in almost metric spaces. Functional Analysis, Ulianowsk Gos. Ped. Inst., 30:26–37, 1989.

[13] S.G. Matthews. Partial metric topology. Annals of the New York Academy of Sciences, 728:183–197, 1994.

- [14] Z. Mustafa and B. Sims. A new approach to generalized metric spaces. *Journal of Nonlinear and Convex Analysis*, 7(2):289–297, 2006.
- [15] A. Branciari. A fixed point theorem of Banach-Caccioppoli type on a class of generalized metric spaces. *Publ. Math. Debrecen*, 57(1–2):31–37, 2000.
- [16] B. Schweizer and A. Sklar. *Probabilistic Metric Spaces*. North-Holland, Amsterdam, 1983.
- [17] I. Kramosil and J. Michalek. Fuzzy metric and statistical metric spaces. *Kybernetika*, 11(5):336–344, 1975.
- [18] F.W. Lawvere. Metric spaces, generalized logic, and closed categories. *Rend. Sem. Mat. Fis. Milano*, 43:135–166, 1973. Reprint: TAC Reprints 1 (2002).
- [19] E. Karapinar and R. P. Agarwal. *Fixed Point Theory in Generalized Metric Spaces. Synthesis Lectures on Mathematics and Statistics*. Springer, 2022.
- [20] W. Wilson. On quasi-metric spaces. *American Journal of Mathematics*, 53:675–684, 1931.
- [21] E.W. Chittenden. Semi-metric spaces. *Transactions of the American Mathematical Society*, 36:504–535, 1934.
- [22] M.B. Smyth. Quasi-uniformities: Reconciling domains with metric spaces. In *Mathematical Foundations of Programming Language Semantics*. Springer, 1988.
- [23] R. Kopperman. All topologies come from generalized metrics. *American Mathematical Monthly*, 95(2):89–97, 1992.
- [24] M. Krasner. Nombres des genres dans les corps valués complets. *Acta Arithmetica*, 2:353–369, 1944.
- [25] P. Hitzler and A.K. Seda. Dislocated topologies. *Journal of Electrical Engineering*, 51(12/s): 3–7, 2000.
- [26] A. Amini-Harandi. Metric-like spaces, partial metric spaces and fixed point theory. *Fixed Point Theory and Applications*, 2012(204):1–10, 2012.
- [27] S. Shukla. Partial b-metric spaces and fixed point theorems. *Mediterranean Journal of Mathematics*, 11(2):703–711, 2014.
- [28] S. Czerwik. Nonlinear set-valued contraction mappings in b-metric spaces. *Atti Sem. Mat. Univ. Modena*, 46(2):263–276, 1998.
- [29] H. Pajoohesh. On modified metric spaces. *Carpathian J. Math.*, 24(1):108–117, 2008.
- [30] H. Nakano. *Modulared Semi-Ordered Linear Spaces*. Tokyo Mathematical Book Series, 1950.
- [31] L. Huang and X. Zhang. Cone metric spaces and fixed point theorems of contractive mappings. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 332(2):1468–1476, 2007.
- [32] Z. Ma and J. Zhao. C^* -algebra valued metric spaces and related fixed point theorems. *Fixed Point Theory and Applications*, 2009(1):Article ID 169837, 8 pages, 2009.
- [33] A. George and P. Veeramani. On some results in fuzzy metric spaces. *Fuzzy Sets and Systems*, 64(3):395–399, 1994.
- [34] D.H. Hyers. On the stability of the linear functional equation. *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, 24:222–224, 1938.
- [35] D.G. Bourgin. Approximately isometric and quasi-normed linear spaces. *Duke Mathematical Journal*, 10:553–571, 1943.
- [36] R.R. Coifman and A. de Guzmán. Singular integrals and analysis on spaces of homogeneous type. *Revista Matemática Iberoamericana*, 1:5–56, 1970.
- [37] R.A. Macias and C. Segovia. Lipschitz functions on spaces of homogeneous type. *Advances in Mathematics*, 33(3):257–270, 1979.
- [38] R.R. Coifman and G. Weiss. *Analyse harmonique non-commutative sur certains espaces homogènes*, volume 242 of *Lecture Notes in Mathematics*. Springer, Berlin, 1977.

- [39] D. Mitrea, I. Mitrea, M. Mitrea, and S. Monniaux. *Groupoid Metrization Theory: With Applications to Analysis on Quasi-Metric Spaces and Functional Analysis. Applied and Numerical Harmonic Analysis.* Birkhäuser/Springer, New York, 2013.
- [40] V. Berinde and M. Păcurar. The early developments in fixed point theory on b-metric spaces: A brief survey and some important related aspects. *Carpathian Journal of Mathematics*, 38:523–538, 2022.
- [41] M. Khamsi and N. Hussain. Krasnoselskii’s fixed point theorem in metric type spaces. *Nonlinear Analysis*, 71:365–371, 2010.
- [42] M. Bota, A. Molnar, and C. Varga. On Ekeland’s variational principle in b-metric spaces. *Fixed Point Theory*, 12(1):21–28, 2011.
- [43] N. Vulpe et al. Quasimetric structures and fixed points. *Investigations in Functional Analysis and Differential Equations*, 1977. Zbl 0502.54032.
- [44] T.V. An and N.V. Dung. Some properties of quasimetric spaces and fixed point theory. *Carpathian Journal of Mathematics*, 30(1):13–28, 2014.
- [45] S. Cobzaş. B-metric spaces, fixed points and Lipschitz functions. arXiv preprint arXiv:1802.02722, version 3, 25 Mar 2019.
- [46] W.A. Kirk and N. Shahzad. Some results on fixed points in strong b-metric spaces. *Fixed Point Theory and Applications*, Article ID 74593, 1–7, 2007.
- [47] A.H. Frink. Distance functions and the metrization problem. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 43:133–142, 1937.
- [48] B.E. Gustavsson. On quasi-metric spaces. *Mathematica Scandinavica*, 35:313–319, 1974.
- [49] B.S.W. Schröder. On metrization of generalized metric spaces. *Topology Proceedings*, 30:445–456, 2006.
- [50] T.V. An and N.V. Dung. Stone-type theorems on quasi-metric and b-metric spaces. *Topology and its Applications*, 185–186:50–62, 2015.
- [51] P. Das, S. Dutta, and R.K. Nath. On metrizability of b-metric spaces and related results. *Topology and its Applications*, 313:108060, 2022.
- [52] J. Nagata. On a necessary and sufficient condition of metrizability. *Journal of the Institute of Polytechnics, Osaka City University. Series A*, 1:93–100, 1950.
- [53] Y.M. Smirnov. A necessary and sufficient condition for metrizability of a topological space. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, 77:197–200, 1951.
- [54] T. Som. A note on the metrizability of b-metric spaces. *Topology and its Applications*, 264:106–111, 2019.
- [55] T. Som. On metrizability of b-metric spaces via generalized Chittenden theorem. *Journal of Advanced Mathematical Studies*, 13(1):100–111, 2020.
- [56] H. Aimar, R. Iaffei, and M. Nitti. On metric spaces related to quasi-metric spaces. *Mathematical Inequalities & Applications*, 1:647–666, 1998.
- [57] K. Paluszynski and M. Stempak. On quasi-metric and metric spaces. *Proceedings of the American Mathematical Society*, 137(12):4307–4312, 2009.
- [59] S. Cobzaş and S. Czerwik. The completion of generalized b-metric spaces and fixed points. *Fixed Point Theory*, 21(1):133–150, 2020.
- [60] N. Hussain and S. Shah. Kannan type contractive mappings on quasi b-metric spaces. *Fixed Point Theory and Applications*, page 83, 2011.
- [61] N. Hussain, M.A. Khamsi, and A. Latif. Common fixed point theorems in dislocated b-metric spaces. *Journal of Nonlinear and Convex Analysis*, 13(3):529–540, 2012.
- [62] Z. Mustafa, B. Sims, H. Aydi, and E. Karapinar. On rectangular b-metric spaces. *Journal of Nonlinear and Convex Analysis*, 15(6):1187–1196, 2014.

- [63] M.A. Alghamdi, N. Hussain, and P. Salimi. Fixed point results for various contractions in b-metric-like spaces. *Journal of Inequalities and Applications*, 2013(402):1–20, 2013.
- [64] H. Huang and H. Xu. Fixed point theorems for contractive mappings in cone b-metric spaces. *Fixed Point Theory and Applications*, page 322, 2014.
- [65] E. Karapinar, H.K. Nashine, and B. Samet. Fixed point theorems on probabilistic b-metric spaces. *Journal of Inequalities and Applications*, page 201, 2012.
- [66] B. Samet, C. Vetro, and F. Vetro. Fixed point theorems in fuzzy b-metric spaces. *Fixed Point Theory and Applications*, page 1, 2013.
- [67] Z. Ma, L. Jiang, and H. Yu. Fixed point theorems for contractive mappings in C^* -algebra-valued b-metric spaces. *Fixed Point Theory and Applications*, page 24, 2016.
- [68] K. Zoto, S. Radenović, and H.A. Ansari. On some fixed point results for (s,p) -contractive mappings in b-metric-like spaces and applications to integral equations. *Open Math*, 16:235– 49, 2018.
- [69] E. Karapinar, H. Aydi, and A. Fulga. On Hybrid-Wardoski Contractions. *Journal of Mathematics*, pages 526–534, 2020.
- [70] K. Zoto, S. Radenović, J. Dine, and I. Vardhami. Fixed points of generalized (ψ, s, α) -contractive mappings in dislocated and b-dislocated metric spaces. *Commun. Optim. Theory*, 2017.
- [71] M. De la Sen, N. Nikolić, T. Došenović, M. Pavlović, and S. Radenović. Some results on $(s-q)$ -graphic contraction mappings in b-metric-like spaces. *Mathematics*, 7:1190–1197, 2019.
- [72] S. Aleksić, Z. Mitrović, and S. Radenović. Picard sequences in b-metric spaces. *Fixed Point Theory*, 21(2):379–388, 2019.
- [73] J. Liouville. Mémoire sur l’application de la méthode des approximations successives à l’intégration d’une classe d’équations différentielles. *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, 3:342–376, 1838.
- [74] E. Picard. Théorie des équations différentielles. Gauthier-Villars, Paris, 1890.
- [75] G. Peano. Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale. *Torino Atti della Reale Accademia delle Scienze*, 23:52–90, 1887.
- [76] R. Lipschitz. Zur theorie der differentialgleichungen. *Crelle’s Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 63:1–71, 1864.
- [77] R. Caccioppoli. Un teorema generale sull’esistenza di elementi uniti in una trasformazione funzionale. *Rendiconti della Accademia Nazionale dei Lincei, Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali*, 11:357–363, 1930.
- [78] B.E. Rhoades. A comparison of various definitions of contractive mappings. *Transactions of the American Mathematical Society*, 226:257–290, 1977.
- [79] R. Kannan. Some results on fixed points. *Bulletin Calcutta Mathematical Society*, 10:71–76, 1968.
- [80] J. Górnicki. Fixed point theorems for Kannan type mappings. *Journal of Fixed Point Theory and Applications*, 19:2145–2152, 2017.
- [81] S.K. Chatterjea. Fixed-point theorems. *C. R. Acad. Bulgare Sci.*, 25:727–730, 1972.
- [82] S. Reich. Some remarks concerning contraction mappings. *Canadian Mathematical Bulletin*, 14:121–124, 1971.
- [83] G.E. Hardy and T.D. Rogers. A generalization of a fixed point theorem of Reich. *Canadian Mathematical Bulletin*, 16(2):201–206, 1973.
- [84] T. Zamfirescu. Fixed point theorems in metric spaces. *Archiv der Mathematik*, 23:292–298, 1972.
- [85] L.B. Ćirić. A generalization of Banach’s contraction principle. *Proceedings of the American Mathematical Society*, 45(2):267–273, 1974.

- [86] Y.I. Alber and S. Guerre-Delabriere. Principle of weakly contractive maps in Hilbert spaces. In I. Gohberg and Yu. Lyubich (eds.), *New Results in Operator Theory*, volume 98 of *Operator Theory: Advances and Applications*, pages 7–22. Birkhäuser, Basel, 1997.
- [87] B.E. Rhoades. Some theorems on weakly contractive maps. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, 47(4):2683–2693, 2001.
- [88] A. Meir and E. Keeler. A theorem on contraction mappings. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 28(2):326–329, 1969.
- [89] D. Boyd and J. Wong. On nonlinear contractions. *Proceedings of the American Mathematical Society*, 20:458–468, 1969.
- [90] G. Jungck. Commuting mappings and fixed points. *The American Mathematical Monthly*, 83:261–263, 1974.
- [91] M.A. Geraghty. On contractive mappings. *Proceedings of the American Mathematical Society*, 40(2):604–608, 1973.
- [92] E. Karapinar. Revisiting the Kannan type contractions via interpolation. *Advances in the Theory of Nonlinear Analysis and Its Application*, 2:85–87, 2018.
- [93] T. Suzuki. A generalization of the Banach contraction principle that characterizes metric completeness. *Proceedings of the American Mathematical Society*, 136(5):1861–1869, 2008.
- [94] T. Suzuki. A new type of fixed point theorem in metric spaces. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications*, 71(12):5313–5317, 2009.
- [95] S.B. Nadler. Multi-valued contraction mappings. *Pacific Journal of Mathematics*, 30(2):475–488, 1969.
- [96] I. Ekeland. On the variational principle. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 47(2):324–353, 1974.
- [97] J. Caristi. Fixed point theorems for mappings satisfying inwardness conditions. *Transactions of the American Mathematical Society*, 215:241–251, 1976.
- [98] D. Wardowski. Fixed points of new type of contractive mappings in complete metric spaces. *Fixed Point Theory and Applications*, 2012:12, 2012.
- [99] J. Górnicki. Various extensions of Kannan’s fixed point theorem. *Journal of Fixed Point Theory and Applications*, 20:20, 2018.
- [100] J. Górnicki. Remarks on asymptotic regularity and fixed points. *Journal of Fixed Point Theory and Applications*, 21:29, 2019.
- [101] M. Khamsi. Generalized metric spaces: A survey. *Journal of Fixed Point Theory and Applications*, 17:455–475, 2015.
- [102] Z. Kadelburg and S. Radenović. On generalized metric spaces: A survey. *TWMS Journal of Pure and Applied Mathematics*, 5(1):3–13, 2014.
- [103] T. Van An. Various generalizations of metric spaces and fixed point theorems. *Revista Matemática de la Universidad Complutense de Madrid*, 109:175–186, 2015.
- [104] S. Cobzaş. Fixed points and completeness in metric and in generalized metric spaces. *arXiv preprint*, 2015. [arXiv:1508.05173](https://arxiv.org/abs/1508.05173).
- [105] M. Kabil and M. Pouzet. Generalized metric spaces. Relations with graphs, ordered sets and automata: A survey. *arXiv preprint*, 2020. See [arXiv:2002.03019](https://arxiv.org/abs/2002.03019).
- [106] V. Berinde. Generalized contractions in quasimetric spaces. Technical report, Seminar on Fixed Point Theory (Preprint No. 93-3), Babeş-Bolyai Univ., Cluj-Napoca, 1993.
- [107] V. Berinde. Sequences of operators and fixed points in quasimetric spaces. *Stud. Univ. Babeş-Bolyai Math.*, 41(4):23–27, 1996.
- [108] V. Berinde. Generalized contractions and applications. Cub Press, Baia Mare, Romania, 1997.

- [109] S. Czerwik, K. Dłutek, and S.L. Singh. Round-off stability of iteration procedures for set-valued operators in b-metric spaces. *Tatra Mountains Mathematical Publications*, 22:29–35, 2001.
- [110] S.L. Singh, K. Bhatnagar, and S.N. Mishra. A fixed point theorem for multivalued generalized contractions in quasi-metric spaces. *Demonstratio Mathematica*, 38(1):177–182, 2005.
- [111] M. Boriceanu. Fixed point theorems for multivalued weakly Picard operators in b-metric spaces. *Studia Universitatis Babeş-Bolyai Mathematica*, 53(4):3–14, 2008.
- [112] M.O. Olatinwo. Some common fixed point theorems for mappings satisfying contractive conditions of integral type in b-metric spaces. *Acta Univ. Apulensis*, 16:103–112, 2008.
- [113] M. Păcurar. Fixed point theorems for ϕ -contractions in b-metric spaces without bounded orbit assumption. *Fixed Point Theory*, 11(2):323–334, 2010.
- [114] H. Aydi, M. Bota, E. Karapınar, and S. Moradi. A common fixed point theorem for weak ϕ -contractions in b-metric spaces. *Fixed Point Theory and Applications*, 2012:Article ID 88, 8 pages, 2012.
- [115] J.R. Roshan, V. Parvaneh, and S. Sedghi. Fixed points of generalized (ψ, ϕ) -contractions in ordered b-metric spaces. *Fixed Point Theory and Applications*, 2013:Article ID 130, 13 pages, 2013.
- [116] T.V. An, N.V. Dung, Z. Kadelburg, and S. Radenović. Various generalizations of metric spaces and fixed point theorems. *Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Math. (RACSAM)*, 109(1):175–198, 2015.
- [117] Z.D. Mitrović. Some results on fixed point theory in generalized b-metric spaces. *Mathematical Vesnik*, 68(4):235–248, 2016.
- [118] M. Arandjelović. Applications of fixed point theorems in b-metric spaces to differential equations. *Filomat*, 31(16):5055–5066, 2017.
- [119] S. Czerwik. On b-metric spaces and Brouwer and Schauder fixed point principles. In *Approximation Theory and Analytic Inequalities*, pages 71–86. Springer, 2021.
- [120] H. Aydi, E. Karapınar, and B. Samet. New fixed point results in extended b-metric spaces via simulation functions. *Journal of Fixed Point Theory and Applications*, 22:53, 2020.
- [121] E. Karapınar. Further results on F-contractions in b-metric spaces. *Advances in the Theory of Nonlinear Analysis and its Applications*, 5(2):85–97, 2021.
- [122] Z.D. Mitrović. Common fixed point results in partial b-metric spaces and applications. *Mathematics*, 10(12):2103, 2022.
- [123] S. Radenović and C. Vetro. On some new fixed point results in b-metric-like spaces. *Axioms*, 12(4):389, 2023.
- [124] M. Arandjelović and Z.D. Mitrović. Iterative methods and stability in b-metric spaces. *Mathematics*, 11(6):1432, 2023.
- [125] Z.D. Mitrović, R. George, and H. Hosseinzadeh. Some results on fixed points on the product of b-metric spaces with applications. *Fixed Point Theory*, 26(1):225–234, 2025.
- [126] S.L. Singh, S. Czerwik, K. Król, and A. Singh. Coincidences and fixed points of hybrid contractions. *Tamsui Oxford Journal of Mathematical Sciences*, 4:401–416, 2008.
- [127] T. Suzuki. Basic inequality on a b-metric space and its applications. *Journal of Inequalities and Applications*, (211), 2017.
- [128] R. Miculescu and A. Mihail. New fixed point theorems for set-valued contractions in b-metric spaces. *Journal of Fixed Point Theory and Applications*, 19(4):2153–2163, 2017.
- [129] Z.D. Mitrović. Fixed point results in b-metric space. *Fixed Point Theory*, 20(2):559–566, 2019.
- [130] Z.D. Mitrović. The new results in extended b-metric spaces and the proofs of the results of Miculescu and Mihail and Suzuki. *Journal of Fixed Point Theory and Applications*, 22(3):55, 2020.

- [131] M. Akkouchi. A note on the Banach contraction principle in b-metric spaces. *Divulgaciones Matemáticas*, 22(1):22–30, 2021.
- [132] R. Miculescu and A. Mihail. A generalization of Matkowski and Istrăţescu fixed point theorem. *arXiv preprint*, 2015.
- [133] R. George, S. Radenović, K.P. Reshma, and S. Shukla. Rectangular b-metric space and contraction principles. *Journal of Nonlinear Science and Applications*, 8(6):1005–1013, 2015.
- [134] A. Alfaqih, M. Postolache, A. Abodayeh, and M. Ariffin. On some fixed point results for generalized C-contractions in b-rectangular metric spaces. *Journal of Mathematics*, 2023:1–9, 2023.
- [135] K. Mlaiki, H. Aydi, and S. Wang. An approach to Kleene’s fixed point theorem via b-rectangular metric spaces. *Axioms*, 12(5):480, 2023.
- [136] H. Guan. Common fixed point theorems for weakly contractions in rectangular b-metric spaces. *Mathematics*, 10(4):654, 2022.
- [137] D. Bajović, Z.D. Mitrović, and I.D. Arandjelović. On estimating convergence for Picard sequences in b-metric space. *Letters in Nonlinear Analysis and its Applications*, 3(3):151–159, 2025.
- [138] Z.D. Mitrović. A note on the results of Suzuki, Miculescu and Mihail. *Journal of Fixed Point Theory and Applications*, 21, 2019.
- [139] P. Sharma, H. Ramos, V. Kanwar, R. Behl, and M. Rajput. Efficient iterative procedures for approximating fixed points of contractive-type mappings with applications. *Numerical Algorithms*, 99(1):27–74, 2025.
- [140] L. Pasicki. Cauchy sequences in b-metric spaces. *Topology and its Applications*, 373:109477, 2025.
- [141] E. Rakotch. A note on contractive mappings. *Proceedings of the American Mathematical Society*, 13:459–465, 1962.
- [142] L.B. Ćirić. Generalized contractions and fixed-point theorems. *Publications de l’Institut Mathématique. Nouvelle Série*, 12(26):19–26, 1971.
- [143] V. Berinde. Approximating fixed points of weak contractions using Picard iteration. *Nonlinear Analysis Forum*, 9, 2003.
- [144] V. Berinde. Approximating fixed points of weak ϕ -contractions. *Fixed Point Theory*, 4:131–142, 2003.
- [145] I.A. Rus. Generalized contractions, (3):1–130, 1983.
- [146] J. Mohamed, C. Păcurar, and B. Samet. Fixed point results for contractions of polynomial type. *Demonstratio Mathematica*, 58, 2025.
- [147] H. Piri and P. Kumam. Some fixed point theorems concerning F-contraction in complete metric spaces. *Fixed Point Theory and Applications*, (210), 2014.
- [148] O. Popescu and G. Stan. Two fixed point theorems concerning F-contraction in complete metric spaces. *Symmetry*, 12(58):58, 2020.
- [149] E. Karapınar. On Wardowski Type Fixed Point Results via F-Contractions. *Fixed Point Theory*, 18(2):597–604, 2017.
- [150] H. Aydi, E. Karapınar, and H. Yazidi. Modified F-contractions via α -admissible mappings and application to integral equations. *Filomat*, 31(5):1141–1148, 2017.
- [151] A. Öztürk. A fixed point theorem for mappings with an F-contractive iterate. *Advances in the Theory of Nonlinear Analysis and its Applications*, 3(4):231–236, 2019.
- [152] M. Cvetković. Comparison of F-contraction and ϕ -contractions. *Filomat*, 37(12):3951–3961, 2023.
- [153] N. Fabiano, Z. Kadelburg, N. Mirkov, V.Š. Čavić, and S. Radenović. On F-contractions: A Survey. *Contemporary Mathematics*, 3:327, 2022.
- [154] H. Piri and P. Kumam. Fixed point theorems for generalized F-Suzuki-contraction mappings in complete b-metric spaces. *Fixed Point Theory and Applications*, (90):1–12, 2016.

- [155] Z. Kadelburg and S. Radenović. Notes on some recent papers concerning F-contractions in b-metric spaces. *Constructive Mathematical Analysis*, 1(2):108–112, 2018.
- [156] M. Younis, N. Mirkov, A. Savić, M. Pantović, and S. Radenović. Some critical remarks on recent results concerning F-contractions in b-metric spaces. *Cubo A Mathematical Journal*, 25(1):57–72, 2023.
- [157] H. Huang, Z.D. Mitrović, K. Zoto, and S. Radenović. On convex F-contraction in b-metric spaces. *Axioms*, 10(3):71, 2021.
- [158] B. Ali, H.A. Butt, and M. De la Sen. Existence of fixed points of generalized set-valued F-contractions of b-metric spaces. *AIMS Mathematics*, 7(10):17967–17988, 2022.
- [159] M. Rossafi and A. Kari. New fixed point theorems for (ϕ, f) -contraction on rectangular b-metric spaces. *African Mathematicology*, 34:Article ID 34, 2022.
- [160] D. Singh, V. Chauhan, and I. Altun. Common fixed point of a power graphic (f, ψ) -contraction pair on partial b-metric spaces with application. *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, 22(5):662–678, 2017.
- [161] H. Huang, K. Zoto, Z.D. Mitrović, and S. Radenović. Fixed point results for generalized F-contractions in b-metric-like spaces. *Fractal and Fractional*, 6(5):272, 2022.
- [162] H.A. Hammad and M. De la Sen. Fixed-point results for a generalized almost (s, q) —jaggi F-contraction-type on b-metric-like spaces. *Mathematics*, 8(1):63, 2020.
- [163] V. Joshi, D. Singh, and A.P. Sel. Existence results for integral equations and boundary value problems via fixed point theorems for generalized F-contractions in b-metric-like space. *Journal of Function Spaces*, 2017:1649864, 2017.
- [164] K. Zoto et al. Generalizations of some contractions in b-metric-like spaces via admissibility and C-class functions. *Advances in Continuous and Discrete Models*, 2021(71), 2021.
- [165] M. De la Sen, N. Nikolić, T.D. Došenović, M. Pavlović, and S. Radenović. Some results on (s, q) -graphic contraction mappings in b-metric-like spaces. *Mathematics*, 7(12):1190, 2019.
- [166] S. Mitrović, V. Parvaneh, M. De la Sen, J. Vujaković, and S. Radenović. Some new results for Jaggi–W-contraction-type mappings on b-metric-like spaces. *Mathematics*, 9(16):1921, 2021.
- [167] D. Yu, C. Chen, and H. Wang. Common fixed point theorems for $(t, g)f$ -contraction in b-metric-like spaces. *Journal of Inequalities and Applications*, 2018(222):1–10, 2018.
- [168] M. Gardašević-Filipović, K. Kukić, D. Gardašević, and Z.D. Mitrović. Some best proximity point results in the orthogonal O-complete b-metric-like spaces. *Journal of Contemporary Mathematical Analysis. Armenian Academy of Sciences*, 58(2):105–115, 2023.
- [169] F.U. Din, M. Din, U. Ishtiaq, and S. Sessa. Perov fixed-point results on F-contraction mappings equipped with binary relation. *Mathematics*, 11(1):238, 2023.
- [170] A. Naz, S. Batul, D. Sagheer, I. Ayoob, and N. Mlaiki. F-contractions endowed with Mann’s iterative scheme in convex G b-metric spaces. *Axioms*, 12(10):937, 2023.
- [171] K. Abodayeh, S.K. Shah, M. Sarwar, C. Promsakon, and T. Sitthiwirattam. Ćirić-type generalized F-contractions with integral inclusion in super metric spaces. *Results in Control and Optimization*, 16:100443, 2024.
- [172] M. Sarwar, S.K. Shah, K. Abodayeh, A. Khan, and I. Altun. On a new generalization of a Perov-type F-contraction with application to a semilinear operator system. *Fixed Point Theory and Algorithms for Sciences and Engineering*, 2024:6, 2024.
- [173] G.S. Saluja. Fixed point results for generalized F-alpha contraction in complete S-metric spaces. *Annals of Mathematics and Computer Science*, 20, 2024.
- [174] M.S. Abdullahi, A.I. Garba, J. Abubakar, and P. Kumam. F-contraction-type fixed point theorems in b-metric spaces. *Thai Journal of Mathematics*, 22(2):323–334, 2024.
- [175] M. Iqbal, A. Batool, A. Hussain, and H.A. Sulami. Generalized Wardowski Type Contractive Mappings in b-Metric Spaces and Some Fixed Point Results with Applications in Optimization Problem and Modeling Biological Ecosystem. *PLOS ONE*, 19(12):e0313033, 2024.

- [176] D. Bajović, S. Mitrović, S. Buhmiller, and S. Radenović. Remarks on some results of extended interpolative Hardy-Rogers-Geraghty-Wardowski contractions and Ćirić-Reich-Rus type F-contractions. *Sahand Communications in Mathematical Analysis*, 22(1):25–38, 2025.
- [177] M.U. Ali, H. Aydi, and M. Al-Ansari. New generalizations of set valued interpolative Hardy-Rogers type contractions in b-metric spaces. *Journal of Function Spaces*, 1–8, 2021.
- [178] S.S. Alzaid, A. Fulga, and F.S. Alshammari. Discussion on Geraghty type hybrid contractions. *Journal of Function Spaces*, 8:Article ID 6614291, 2020.
- [179] P. Debnath, Z.D. Mitrović, and S. Radenović. Interpolative Hardy-Rogers and Reich-Rus-Ćirić type contractions in b-metric spaces and rectangular b-metric spaces. *Matematički Vesnik*.
- [180] P. Debnath and M. De la Sen. Fixed points of interpolative Ćirić-Reich-Rus-type contractions in b-metric spaces. *Symmetry*, 12(1):1–9, 2020.
- [181] P. Debnath, N. Konwar, and S. Radenović. Metric fixed point theory, applications in science, engineering and behavioural sciences. Springer, Forum for Interdisciplinary Mathematics, Singapore, 2021.
- [182] M. Delfani, A.P. Farajzadeh, and C.F. Wen. On fixed points theorems for generalized F-contraction mappings via t-property. *J. Nonlinear Convex Anal.*, 23:2511–2521, 2022.
- [183] D. Djukić, Z. Kadelburg, and S. Radenović. Fixed points of Geraghty-type mappings in various generalized metric spaces. *Abstract and Applied Analysis*, 2011.
- [184] M.R. Haddadi, V. Parvaneh, and M. Mursaleen. Global optimal approximate solutions of best proximity points. *Filomat*, 35:1555–1564, 2021.
- [185] H. Işık, V. Parvaneh, and M.R. Haddadi. Strong and pure fixed point properties of mappings on normed spaces. *Mathematics and Statistics*, 15:305–309, 2021.
- [186] E. Karapinar, R. Agarwal, and H. Aydi. Interpolative Reich-Rus-Ćirić type contractions on partial metric spaces. *Mathematics*, 6(11):256–267, 2018.
- [187] E. Karapinar, O. Alqahtani, and H. Aydi. On interpolative Hardy-Rogers type contractions. *Symmetry*, 11(8):32–40, 2018.
- [188] E. Karapinar, A. Fulga, and R.P. Agarwal. A survey: F-contractions with related fixed point results. *Journal of Fixed Point Theory and Applications*, 22–69, 2020.
- [189] S. Radenović, Z. Kadelburg, D. Jandrić, and A. Jandrić. Some results on weakly contractive maps. *Bulletin of the Iranian Mathematical Society*, 38(3):625–645, 2012.
- [190] M. Rossafi and A. Kari. New fixed point results for interpolative Kannan-Reich weak contractive mappings with applications. *Montes Taurus Journal of Pure and Applied Mathematics*, 2023.
- [191] L. Wangwe and S. Kumar. Fixed point results for interpolative ψ -Hardy-Rogers type contraction mappings in quasi-partial b-metric space with an application. *The Journal of Analysis*, 31(1):387–404, 2023.
- [192] B. Mohammadi, V. Parvaneh, and H. Aydi. On extended interpolative Ćirić-Reich-Rus type F-contractions and an application. *Journal of Inequalities and Applications*, 290(11), 2019.
- [193] M. Younis, D. Singh, and A.A.N. Abdou. A fixed point approach for tuning circuit problem in dislocated b-metric spaces. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 45(4):2234–2253, 2022.
- [194] M. Younis and D. Singh. On the existence of the solution of Hammerstein integral equations and fractional differential equations. *J. Appl. Math. Comput.*, 68:1087–1105, 2022.
- [195] H.S. Ding, M. Imdad, S. Radenović, and J. Vujaković. On some fixed point results in b-metric, rectangular and b-rectangular metric spaces. *Arab Journal of Mathematical Sciences*, 22(2):151–164, 2016.
- [196] O. Ege. Complex valued rectangular b-metric spaces and an application to linear equations. *Journal of Nonlinear Science and Applications*, 8(6):1014–1021, 2015.

- [197] D. Bajović, Z.D. Mitrović, and M. Saha. Remark on contraction principle in cone tvs b-metric spaces. *The Journal of Analysis*, 29(1):273–280, 2021.
- [198] N. Fabiano, T. Došenović, D. Rakić, and S. Radenović. Some new results on (s,q) -Dass-Gupta-Jaggi type contractive mappings in b-metric-like spaces. *Filomat*, 2020.
- [199] P.R. Agarwal and E. Karapinar. Interpolative Rus-Reich-Ćirić Type Contractions via Simulation Functions. *An. St. Univ. Ovidius Constanța Ser. Mat.*, 27:137–152, 2019.
- [200] H. Aydi, E. Karapinar, and F.A. Roldán López de Hierro. ω -Interpolative Ćirić-Reich-Rus-type contractions. *Mathematics*, 7(1), 2019.
- [201] H. Aydi, M.C. Chen, and E. Karapinar. Interpolative Ćirić-Reich-Rus type contractions via the Branciari distance. *Proceedings of the American Mathematical Society*, 7(1), 2019.
- [202] K. Zoto, E.B. Rhoades, and S. Radenović. Common fixed point theorems for a class of (s,q) -contractive mappings in b-metric-like spaces and applications to integral equations. *Math. Slovaca*, 69(1):1585–1598, 2019.
- [203] K. Zoto, B.E. Rhoades, and S. Radenović. Some generalizations for contractions in b-metric-like spaces and application. *Fixed Point Theory and Applications*, 26, 2017.
- [204] E. Karapinar, T. Abdeljawad, and F. Jarad. Applying new fixed point theorems on fractional and ordinary differential equations. *Adv. Differ. Equ.*, 421, 2019.
- [205] J. Vujaković, H. Aydi, S. Radenović, and A. Mukheimer. Some remarks and new results in ordered partial b-metric spaces. *Mathematics*, 7(334), 2019.
- [206] N. Hussain, S. Radenović, and K. Zoto. Common fixed point results of $(\alpha-\psi, \varphi)$ -contractions for a pair of mappings and applications. *Mathematics*, 6(19), 2018.
- [207] F. Vetro. F-contractions of Hardy-Rogers-type and application to multistage decision. *Nonlinear Analysis: Modelling and Control*, 21(4):531–546, 2016.
- [208] M. Cosentino and P. Vetro. Fixed point result for F-contractive mappings of Hardy-Rogers type. *Filomat*, 28:715–722, 2014.
- [209] D. Wardowski. Solving existence problems via F-contractions. *Proceedings of the American Mathematical Society*, 146(4):1585–1598, 2018.
- [210] K. Zoto, I. Vardhami, D. Bajović, Z.D. Mitrović, and S. Radenović. On some novel fixed point results for generalized F-contractions in b-metric-like spaces with application. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 135(1):673–686, 2023.3.

Резултати претходних истраживања:

Полазиште чине класични резултати о контрактивним пресликавањима у метричким просторима (Банах, Канан, Харди–Роџерс; [8, 79, 83, 85, 91, 93–97]). Прелаз ка генерализованим метрикама означио је Червик увођењем b-метричких простора [9] и проширењем теорије на вишезначне контракције [28]. Убрзо су улиједиле студије комплетирања и метризабилности b-метричких структура [58, 59, 51, 54, 55]. Модерну синтезу доноси Вардовски са F-контракцијама [98], које уједињују и интерполишу класичне шеме; та линија је даље разрађена у b-метричком окружењу кроз интерполативне, слабе и вишезначне варијанте [121, 147, 149, 154, 155, 157, 161], као и интерполативне резултате Харди–Роџерс/Герети типа у b-метрикама [186–188]. Поред структуралних аспеката, проучене су и квантитативне компоненте Пикарових итерација у b-метрикама, са проценама грешке и брзине приближавања [72, 137]. Овај обим радова консолидује услове постојања и јединствености фиксне тачке у генерализованим оквирима и јасно назначава поља за даља проширења која дисертација адресира.

3. Теза доприноси увођењем јединственог оквира и нових резултата о постојању и јединствености фиксне тачке за интерполативне Геретијеве и Харди–Роџерсове контракције и F-контракције b-метричким просторима. Дате су процене грешке Пикаровог низа за класичне контрактивне услове

(Банах, Канан, Рајх, Харди-Роџерс, Чатерџа, Ћирић), које обезбјеђују практичне критеријуме заустављања.

4. Очекивани допринос дисертације обухвата развој јединственог и општег оквира за слабе (s, q, φ, F) -и F -интерполативне контракције у b -метричким просторима, са условима постојања и јединствености фиксне тачке, проширењем класичних теорема, као и формулисањем нових квантитативних процјена конвергенције Пикарових низова уз јасно идентификовање минималних структурних услова. Практична релевантност огледа се у примјени резултата на рјешавање интегралних, диференцијалних (парцијалних и фракционих) и операторских једначина у генерализованим метријским просторима.

1. Укратко описати разлоге због којих су истраживања предузета и представити проблем, предмет, циљеве и хипотезе³.
2. На основу прегледа литературе, сажето приказати резултате претходних истраживања у вези проблема који је истраживан (водити рачуна о томе да обухвата најновија и најзначајнија сазнања из те области код нас и у свијету).
3. Навести допринос тезе у рјешавању изучаваног предмета истраживања.
4. Навести очекивани научни и практични односно умјетнички допринос дисертације.

5. МАТЕРИЈАЛ И МЕТОДОЛОГИЈА РАДА

1. Материјали који су коришћени за истраживање су искључиво писани радови објављени у разним математичким часописима као и уџбеници реномираних универзитета, с обзиром да је истраживање из теоријске математике.

2. Метод истраживања је дедуктиван и теоријски, заснива се на доказима који се ослањају на раније добијене резултате. Методи су интердисциплинарни унутар математике, укључујући методе и резултате функционалне анализе, специфична својства функција и резултате математичке анализе. Будући да је фокус истраживања теорија фиксне тачке, у истраживању се користе до сада развијене методе у теорији метричке фиксне тачке. Стандардне методе за егзистенцију фиксне тачке користе конвергенцију Кошијевог низа која слиједи из комплетности посматраног метричког простора. Директна примјена оваког приступа у генерализованим метричким просторима често захтјева додатне услове за све вриједности контрактивних параметара пресликавања или параметара генерализованог метричког простора, па се технике модификују у зависности од особина самог простора.

2.1. Примијењене методе су адекватне, тачне и у складу са савременим трендовима у теорији фиксне тачке и генерализованим метричким структурама.

2.2. Првобитни план истраживања спроведен је у цјелости.

2.3. Спроведени обим истраживања је довољан за доношење поузданих закључака.

2.4. У истраживању није коришћена статистичка обрада резултата.

1. Описати и дати основне карактеристике материјала који је обрађиван, критеријуме који су узети у обзир за избор материјала.
2. Дати кратак увид у примијењени метод истраживања, при чему је важно оцијенити следеће:
 - 2.1. Да ли су примијењене методе истраживања адекватне, довољно тачне и савремене, имајући у виду достигнућа на том пољу у свјетском оквиру;
 - 2.2. Образложити евентуалне измјене првобитног плана истраживања;
 - 2.3. Да ли је обим истраживања довољан за доношење поузданих закључака или је потребно проширити постојеће или увести нове методе;
 - 2.4. Да ли је статистичка обрада података адекватна, ако је коришћена при обради резултата.

³ Хипотезе приказати само за научни докторат.

6. РЕЗУЛТАТИ И НАУЧНИ/УМЈЕТНИЧКИ ДОПРИНОС ИСТРАЖИВАЊА

1. Главни доприноси овог истраживања су сљедећи:

1. доказ да проширене Харди-Роџерс контракције имају јединствену фиксну тачку у метричким просторима;
2. увођење полиномских и слабих полиномских контракција у b -метричким просторима;
3. резултати о заједничким фиксним тачкама Јунговог типа за полиномске и слабо полиномске контракције;
4. процјена грешке n -те итерације итеративног низа у односу на фиксну тачку у b -метричком простору;
5. докази егзистенције и јединствености фиксне тачке у метричком простору у оквиру интерполативних проширених контракција Геретија, Харди-Роџерса, Руса и Ћирића;
6. уведене су (s, q, φ, F) -контракције и (s, q, φ, F) - g слабе контракције у slabим b -метричким просторима, при чему је доказано да за таква пресликавања постоји јединствена фиксна тачка.

2. Резултати су јасно приказани, правилно, логично и јасно тумачени. Довољан ниво критичности потврђује чињеница да је студент спровео студиозно истраживање ове тематике што је резултовало објављивањем четири рада.

3. Теоријски допринос: нове класе контракција које уједињују и проширују постојеће концепте у генерализованим метричким оквирима; нови услови за постојање и јединственост фиксне тачке у метричким, b -метричким и slabим b -метричким просторима; процјене конвергенције итеративних низова у b -метричким просторима.

Примјене: стабилност итеративних метода, модели засновани на интегралним и диференцијалним једначинама, оптимизација и проблеми најближих тачака у неklasичним метрикама.

Отварају се и јасни правци даљег истраживања: пренос добијених теорема на парцијалне и правоугаоне b -метрике, даље поштравање процјена брзине конвергенције и критеријума стабилности; проучавање вишезначних пресликавања и операторских модела; као и испитивање минималних услова комплетности, компактности и уређености под којима се добијени резултати и даље одржавају.

1. Укратко навести резултате до којих је студент дошао.

2. Оцијенити да ли су добијени резултати јасно приказани, правилно, логично и јасно тумачени, упоређујући их са резултатима других аутора и да ли је студент при томе испољавао довољно критичности.

3. Посебно је важно истаћи до којих нових сазнања се дошло у истраживању, који је њихов теоријски и практични допринос, те да ли указују на нове правце истраживања.

7. ЗАКЉУЧАК И ПРИЈЕДЛОГ

1. Кандидат је истраживао актуелан проблем и добијени резултати су коректно интерпретирани. Допринос аутора дисертације је увођење и систематизација нових класа контракција у генерализованим метричким просторима. Формулисане су и доказане теореме о јединствености фиксне тачке различитих врста контракција и дате процјене конвергенције итеративног низа.

2. Будући да је кандидат показао темељно познавање предмета истраживања, те у потпуности одговорио на проблематику која се разматра у дисертацији, Комисија предлаже Научно-наставном вијећу Природно-математичког факултета Универзитета у Бањој Луци и Сенату Универзитета у Бањој Луци да се докторска дисертација под називом „Итеративни низови и фиксне тачке у генерализованим метричким просторима“ кандидата ма Душана Бајовића прихвати и одобри јавна одбрана дисертације пред комисијом у истом саставу.

1. Навести најзначајније чињенице које указују на научни/уметнички допринос дисертације.
2. На основу укупне оцјене дисертације, комисија предлаже:
 - да се дисертација / умјетнички рад прихвати, а студенту одобри одбрана,
 - да се дисертација / умјетнички рад враћа студенту на дораду (да се допуни или измијени) или
 - да се дисертација / умјетнички рад одбија.

Мјесто и датум: Бања Лука, 23.9.2025.

Др Мирослав Пранић, редовни професор, с.р.
Предсједник комисије

Др Милош Арсенивић, редовни професор, с.р.
Члан

Др Борис Петковић, доцент, с.р.
Члан

Име и презиме, титула и звање
Члан

Име и презиме, титула и звање
Члан

ИЗДВОЈЕНО МИШЉЕЊЕ: Члан комисије који не жели да потпише извјештај јер се не слаже са мишљењем већине чланова комисије дужан је да у извјештај унесе образложење, то јест разлоге због којих не жели да потпише извјештај.

У прилогу извјештаја доставити:

1. Одлуку Умјетничко-научно-наставног / научно-наставног вијећа чланице Универзитета о именовању комисије за оцјену урађене докторске дисертације / докторског умјетничког рада и јавну одбрану;
2. Одлуку Умјетничко-научно-наставног / научно-наставног вијећа чланице Универзитета о прихватању извјештаја комисије за оцјену урађене докторске дисертације / докторског умјетничког рада и јавну одбрану;

3. Извјештај комисије за оцјену урађене докторске дисертације / докторског умјетничког рада и јавну одбрану – Образац 3;
4. Докторска дисертација у ПДФ формату;
5. Увјерење продекана за научноистраживачки рад и развој о провјери оригиналности докторске дисертације путем званичног софтвера за откривање плагијаризма;
6. Изјава о ауторству;
7. Изјава којом се овлашћује Универзитет у Бањој Луци да докторску дисертацију / докторски умјетнички рад учини јавно доступним;
8. Изјава о идентичности штампане и електронске верзије докторске дисертације / докторског умјетничког рада.