



ИЗВЈЕШТАЈ

*о оцјени њодобносйи сйуденйа, йеме и исйуњеносй услова за
менйорсйво за израду докйорске дисерйације / докйорској
умјейничкој рада¹*

1. ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ

Орган који је именовао комисију: Научно-наставно вијеће Природно-математичког факултета

Датум именовања комисије: 12. новембар 2025. године

Број одлуке: 19-3.2910/25

Чланови комисије²:

- | | | | |
|----|---|----------------------|-------|
| 1. | Николић Бојан | доцент | Звање |
| | Презиме и име | | |
| | Математика/ Алгебра и геометрија | | |
| | Научно поље и ужа научна/умјетничка област | | |
| | Природно-математички факултет Универзитета у Бањој Луци | Предсједник комисије | |
| | Установа у којој је запослен/а | Функција у комисији | |
| 2. | Јојић Душко | редовни професор | Звање |
| | Презиме и име | | |
| | Математика/ Алгебра и геометрија | | |
| | Научно поље и ужа научна/умјетничка област | | |
| | Природно-математички факултет Универзитета у Бањој Луци | Члан комисије | |
| | Установа у којој је запослен/а | Функција у комисији | |
| 3. | Стопар Ник | доцент | Звање |
| | Презиме и име | | |
| | Математика/ Алгебра | | |
| | Научно поље и ужа научна/умјетничка област | | |
| | Факултет за Грађевинарство и геодезију Универзитета у Љубљани | Члан комисије | |
| | Установа у којој је запослен/а | Функција у комисији | |

¹ У даљем тексту „дисертација / умјетнички рад”.

² Чланови Комисије морају испуњавати минималне услове у складу са чланом 31 [Правила студирања на трећем циклусу студија од септембра 2022. године](#) и чланом 3 [Правила о измјенама и допунама Правила студирања на трећем циклусу студија од фебруара 2023. године](#).

4.				
	Презиме и име		Звање	
	Научно поље и ужа научна/умјетничка област			
	Установа у којој је запослен/а		Функција у комисији	
5.				
	Презиме и име		Звање	
	Научно поље и ужа научна/умјетничка област			
	Установа у којој је запослен/а		Функција у комисији	

2. ПОДАЦИ О СТУДЕНТУ					
Име, име једног родитеља, презиме: Јован, Петар, Микић					
Датум рођења: 18. 12. 1983. године					
Мјесто и држава рођења: Бања Лука, Босна и Херцеговина					
2.1. Студије првог циклуса или основне студије или интегрисане студије					
Година уписа:	2004	Година завршетка:	2010	Просјечна оцјена током студија:	8.98
Универзитет: Универзитет у Бањој Луци					
Факултет/Академија: Природно-математички факултет					
Студијски програм: Математика и информатика					
Стечено звање: Дипломирани математичар-информатичар					
2.2. Студије другог циклуса или мастер студије					
Година уписа:	2012	Година завршетка:	2017	Просјечна оцјена током студија:	9.44
Универзитет: Универзитет у Источном Сарајеву					
Факултет/Академија: Филозофски факултет					
Студијски програм: Математика					
Назив завршног рада другог циклуса или мастер тезе, датум одбране:					
Алгебарске, аналитичке и комбинаторне методе у доказивању идентитета, 2017. године					
Ужа научна/умјетничка област завршног рада другог циклуса или мастер тезе:					
Математичка анализа и примјене					
Стечено звање: Магистар математике					

2.3. Студије трећег циклуса					
Година уписа:	2020	Број ECTS бодова остварених до сада:	87	Просјечна оцјена током студија:	10,00
Факултет/Академија: Природно-математички факултет					
Студијски програм: Математика					
2.4. Приказ научних, стручних односно умјетничких радова студента					
Р. б.	Основни подаци о научном раду			Цитатна база	
Навести појединачно радове, уколико их студент има, са навођењем DOI бројева, односно концерте / снимљена дјела.					
Додати потребан број редова. Користити исти стил за навођење свих референци у 2.4.					
1.	J. Mikić, Factors of alternating convolution of the Gessel numbers, <i>Notes on Number Theory and Discrete Mathematics</i> , 30(4), 857-868, 2024. https://doi.org/10.7546/nntdm.2024.30.4.857-868			DOAJ, Web of Science (ESCI)	
2.	J. Mikić, A note on the Gessel numbers, <i>JP Journal of Algebra, Number Theory and Applications</i> , 63(3), 225-235, 2024. https://doi.org/10.17654/0972555524013			Web of Science Core Collection	
3.	J. Mikić, On Certain Sums Divisible by the Central Binomial Coefficient, <i>Journal of Integer Sequences</i> , 23, Article 20.1.6, 2020.			SCOPUS	
4.	J. Mikić, Two New Identities Involving the Catalan Numbers and Sign-Reversing Involutions, <i>Journal of Integer Sequences</i> , 22, Article 19.7.7, 2019.			SCOPUS	
5.	J. Mikić, A Method For Examining Divisibility Properties Of Some Binomial Sums, <i>Journal of Integer Sequences</i> , 21, Article 18.8.7, 2018.			SCOPUS	
6.	J. Mikić, A Proof of a Famous Identity Concerning the Convolution of the Central Binomial Coefficients, <i>Journal of Integer Sequences</i> , 19, Article 16.6.6, 2016.			SCOPUS	
7.	J. Mikić, A Proof of Dixon's Identity, <i>Journal of Integer Sequences</i> , 19, Article 16.5.3, 2016.			SCOPUS	
8.	J. Mikić, A New Theorem from the Number Theory and its Applications for a 3-adic Valuation for Large Schröder Numbers, <i>Proceedings of the 5-th Croatian Combinatorial Days</i> , 2024.			Други извори	
9.	J. Mikić, On divisibility properties of some binomial sums connected with the Catalan and Fibonacci numbers, <i>Proceedings of the 4-th Croatian Combinatorial Days</i> , 2022..			Други извори	
10.	J. Mikić, New Class of Binomial Sums and Their Applications, <i>Proceedings of the 3-th Croatian Combinatorial Days</i> , 2020.			Други извори	
Оцјена релевантности научне, стручне односно умјетничке активности студента за предложену тему дисертације / умјетничког рада:					
Јован Микић дипломирао је 2010. године на Природно-математичком факултету Универзитета у Бањој Луци, стекавши звање дипломираног математичара-информатичара. Студије другог циклуса успјешно је завршио 2017. године на Филозофском факултету Универзитета у Источном Сарајеву, стекавши звање магистра математике. Од 2020. студент је докторских студија математике на					

Природно-математичком факултету Универзитета у Бањој Луци.

У периоду 2010. – 2020. године радио је као наставник, а затим и као професор математике у ОШ „Свети Сава“ у Дугом Пољу и СШЦ „Јован Цвијић“ у Модричи. 2020. године изабран је на мјесто асистента а од 2025. године на мјесто вишег асистента на Технолошком факултету Универзитета у Бањој Луци.

Објавио је неколико научних радова у међународним часописима, од којих је један референциран Web of Science – ESCI цитатној бази, један референциран у Web of Science Core Collection цитатној бази и 5 радова референцираних у SCOPUS цитатној бази. У овим радовима, фокус је на алгебарској комбинаторици, са акцентом на проучавање својстава разних врста комбинаторних бројева (Геселови бројеви, Каталанови бројеви, централни биномни коефицијент, итд.), у циљу успостављања релација које их повезују, конструкција њихових генерализација, те проналажење њихових нових комбинаторних интерпретација. Има више од 50 цитата на објављене радове.

Учествовао је на више међународних научних конференција, међу којима су „4-th Croatian Combinatorial Days (2022)“ и „5-th Croatian Combinatorial Days (2024)“.

Да ли студент испуњава прописане услове?

☒ ДА

☐ НЕ

3. ПОДАЦИ О ПРВОМ МЕНТОРУ

Име и презиме: Давид Должан

Академско звање: ванредни професор

Научно поље и ужа научна/умјетничка област: Математика/ Алгебра

Матична институција стицања избора у звање: Факултет за математику и физику, Универзитет у Љубљани

Биографија (до 300 ријечи):

Др Давид Должан рођен је 26. 2. 1973. године у Крању, Република Словенија. Основне студије Математике завршио је 1996. године на факултету Математике и Физике, Универзитета у Љубљани, одбравивши тему: “Primitive representation of the unit group of a ring into a symmetric group of nonunits”. За овај рад добио је Прешеренову награду на Факултету математике и физике. Мастер студије завршио је 1999. године на Математичком факултету, универзитета у Љубљани. Тема мастер рада била је: “Structure of finite rings”. Докторат је стекао 2002. године на Математичком факултету, Универзитета у Љубљани, са докторском дисертацијом: “Finite associative rings with unity”.

Од 1996. године до 2001. године радио је као млади истраживач на Институту Математике, Физике, и Механике. Од 2001 до 2017 радио је као асистент на факултету Математике, Физике, и Механике, Универзитета у Љубљани. Од 2017. године па до данас ради као професор на Факултету Математике, Физике, и Механике, Универзитета у Љубљани.

Био је лидер билатералног пројекта са Универзитетом у Грацу, Аустрија (2018-2019), те лидер билатералног пројекта са Универзитетом у Северном Тексасу, USA (2025-2026). Његово истраживачко поље је алгебра и алгебарска комбинаторика (коначни прстени, прстени матрица, полупрстени, веза са теоријом прстена и полупрстена, и веза са теоријом графова).

Објавио је 42 научна рада у журналима који су на SSCI листи. Има 217 цитата, од којих 174 чистих цитата (WoS).

Радови из научне/умјетничке области којој припада приједлог теме дисертације / умјетничког рада:

P. б.	Навести појединачно радове, са навођењем DOI бројева, односно концерте / снимљена дјела. Додати потребан број редова. Користити исти стил за навођење свих референци.	Цитатна база
1.	H. Cheraghpour and D. Dolžan, On the sumsets of exceptional units in quaternion rings, <i>Filomat</i> , 39(4), 1301-1310, 2025. https://doi.org/10.2298/FIL2504301C	Web of Science Core Collection (SCIE)
2.	D. Dolžan, Multiplicativity of permanents over matrix semirings, <i>The Electronic Journal of Linear Algebra</i> , 40, 446-452, 2024. https://doi.org/10.13001/ela.2024.8607	Web of Science Core Collection (SCIE)
3.	D. Dolžan, The unitary Cayley graph of a semiring, <i>Discrete Math.</i> , 347(4) Paper No. 113873, 2024. https://doi.org/10.1016/j.disc.2024.113873	Web of Science Core Collection (SCIE)
4.	D. Dolžan and G. Verret, The automorphism group of the zero-divisor digraph of matrices over an antiring, <i>Ars Math. Contemp.</i> , 24(2), Paper No. 7, 2024. https://doi.org/10.26493/1855-3974.2126.5b3	Web of Science Core Collection (SCIE)
5.	D. Dolžan, The metric dimension of the zero-divisor graph of a matrix semiring, <i>Bull. Malays. Math. Sci. Soc.</i> , 46(6), Paper No. 201, 2023. https://doi.org/10.1007/s40840-023-01591-2	Web of Science Core Collection (SCIE)
6.	D. Dolžan, D. Kokol-Bukovšek and B. Kuzma, On invertible modules and generalized bilinear forms, <i>Filomat</i> , 37(14), 4573–4586, 2023. https://doi.org/10.2298/FIL2314573D	Web of Science Core Collection (SCIE)
7.	D. Dolžan, Invertible matrices over a class of semirings, <i>J. Algebra Appl.</i> , 22(4), Paper No. 2350079, 2023. https://doi.org/10.1142/S0219498823500792	Web of Science Core Collection (SCIE)
8.	D. Dolžan and P. Oblak, Total graphs are Laplacian integral, <i>Algebra Colloq.</i> , 29(3), 427-436, 2022. https://doi.org/10.1142/S1005386722000323	Web of Science Core Collection (SCIE)
9.	D. Dolžan, The probability of zero multiplication in finite rings, <i>Bull. Aust. Math. Soc.</i> , 106(1), 83-88, 2022. https://doi.org/10.1017/S0004972721001246	Web of Science Core Collection (SCIE)
10.	D. Dolžan, Bounds for the number of idempotents in finite rings, <i>Comm. Algebra</i> , 49(11), 4800-4807, 2021. https://doi.org/10.1080/00927872.2021.1929277	Web of Science Core Collection (SCIE)
11.	D. Dolžan, Zero-divisor graph of direct products of matrices over semirings, <i>J. Algebra Appl.</i> , 20(5), Paper No. 2150077, 2021. https://doi.org/10.1142/S0219498821500778	Web of Science Core Collection (SCIE)
12.	D. Dolžan, The metric dimension of the annihilating-ideal graph of a finite commutative ring, <i>Bull. Aust. Math. Soc.</i> , 103(3), 362-368, 2021. https://doi.org/10.1017/S0004972720001239	Web of Science Core Collection (SCIE)
13.	D. Dolžan and P. Oblak, Cholesky decomposition of matrices over commutative semirings, <i>Linear Multilinear Algebra</i> , 68(5), 1057-1063, 2020. https://doi.org/10.1080/03081087.2018.1529137	Web of Science Core Collection (SCIE)

14.	D. Dolžan, The commuting graphs of finite rings, <i>Publ. Math. Debrecen</i> , 95(1-2), 123-131, 2019. https://doi.org/10.5486/PMD.2019.8396	Web of Science Core Collection (SCIE)
15.	D. Dolžan, The sums of exceptional units in a finite ring, <i>Arch. Math. (Basel)</i> , 112(6), 581-586, 2019. https://doi.org/10.1007/s00013-019-01304-x	Web of Science Core Collection (SCIE)
16.	D. Dolžan, D. Kokol-Bukovšek and B. Kuzma, On the lower bound for diameter of commuting graph of prime-square sized matrices, <i>Filomat</i> , 32(17), 5993-6000, 2018. https://doi.org/10.2298/FIL1817993D	Web of Science Core Collection (SCIE)
17.	D. Dolžan and P. Oblak, Bounds for the completely positive rank of a symmetric matrix over a tropical semiring, <i>The Electronic Journal of Linear Algebra</i> , 34, 152-162, 2018. https://doi.org/10.13001/1081-3810.3595	Web of Science Core Collection (SCIE)
18.	D. Dolžan and P. Oblak, The total graphs of finite commutative semirings, <i>Results Math.</i> , 72(1-2), 193-204, 2017. https://doi.org/10.1007/s00025-016-0595-y	Web of Science Core Collection (SCIE)
19.	D. Dolžan, D. Kokol-Bukovšek and B. Kuzma, On diameter of components in commuting graphs, <i>Linear Algebra Appl.</i> , 522, 161-174, 2017. https://doi.org/10.1016/j.laa.2017.02.001	Web of Science Core Collection (SCIE)
20.	D. Dolžan, The metric dimension of the total graph of a finite commutative ring, <i>Canad. Math. Bull.</i> , 59(4), 748-759, 2016. https://doi.org/10.4153/CMB-2016-015-5	Web of Science Core Collection (SCIE)
Да ли ментор испуњава прописане услове? ³		☒ ДА ☐ НЕ

4. ПОДАЦИ О ДРУГОМ МЕНТОРУ

Име и презиме: Душко Богданић

Академско звање: редовни професор

Научно поље и ужа научна/умјетничка област: Математика/Алгебра и геометрија

Матична институција стицања избора у звање: Природно-математички факултет Универзитета у Бањој Луци

Биографија другог ментора (до 300 карактера):

Др Душко Богданић рођен је 1981. године у Бањој Луци, Република Српска, БиХ. Докторат је стекао на Универзитету у Оксфорду, Уједињено Краљевство, 2010 године. Редовни је професор на Универзитету у Бањој Луци од 2021. године

Радови из научне/умјетничке области којој припада приједлог теме докторске дисертације:

Р. б.	Навести појединачно радове са навођењем DOI бројева, односно концерте / снимљена дјела. Додати потребан број редова. Користити исти стил за навођење свих референци.	Цитатна база
-------	--	--------------

³ У складу са члановима 29 и 30 [Правила студирања на трећем циклусу студија, септембра 2022. године.](#)

1.	D.Bogdanić, I.V. Boroja, Indecomposable Modules in the Grassmannian Cluster Category $CM(B_{\{5,10\}})$, <i>Kragujevac Journal of Mathematics</i> , 48(6), 907-920, 2024. https://doi.org/10.46793/KgJMat2406.907B	DOAJ, Web of Science (ESCI)
2.	K. Baur, D. Bogdanic, A. G. Elsener, <i>Corrigendum to „Cluster categories from Grassmannians and root combinatorics“, Nagoya Mathematical Journal</i> , 249, 269-273, 2023. https://doi.org/10.1017/nmj.2022.7	SCOPUS
3.	K. Baur, D. Bogdanic, J.R. Li, Construction of Rank 2 Indecomposable Modules in Grassmannian Cluster Categories, <i>Adv. Stud. Pure Math</i> , 88, 1-45, 2023. https://doi.org/10.2969/aspm/08810001	SCOPUS
4.	D. Bogdanić, I. V. Boroja, Decomposable Extensions Between Rank 1 Modules in Grassmannian Cluster Categories, <i>Sarajevo Journal of Mathematics</i> , 18(2), 297-312, 2022. https://doi.org/10.5644/SJM.18.02.10	DOAJ
5.	K. Baur, D. Bogdanic, A. G. Elsener, Cluster categories from Grassmannians and root combinatorics, <i>Nagoya Mathematical Journal</i> , 240, 322-354, 2020. https://doi.org/10.1017/nmj.2019.14	SCOPUS
6.	K. Baur, D. Bogdanic, Extensions between Cohen–Macaulay modules of Grassmannian cluster categories, <i>Journal of Algebraic Combinatorics</i> , 45, 965-1000, 2017. https://doi.org/10.1007/s10801-016-0731-5	Web of Science Core Collection (SCIE)
7.	D. Bogdanic, Existence of gradings on associative algebras, <i>Comm. Algebra</i> , 44(7), 3069-3076, 2016.	Web of Science Core Collection (SCIE)
8.	D. Bogdanic, Graded Cartan matrices of defect 2 blocks of symmetric groups, <i>Journal of Algebra and Its Applications</i> , 12(05), 2013. https://doi.org/10.1142/S0219498812502209	Web of Science Core Collection (SCIE)
9.	D. Bogdanic, Graded blocks of group algebras with dihedral defect groups, <i>Colloq. Math.</i> , 122(2), 149-176, 2011.	Web of Science Core Collection (SCIE)
10.	D. Bogdanic, Graded Brauer tree algebras, <i>J. Pure Appl. Algebra</i> , 214(9), 1534-1552, 2010.	Web of Science Core Collection (SCIE)
Да ли други ментор испуњава прописане услове? ⁴		☒ ДА ☐ НЕ

⁴ У складу са чланом 29 или 30 [Правила студирања на трећем циклусу студија, септембра 2022. године.](#)

5. ПРЕДСТАВЉАЊЕ ТЕМЕ И ПРОГРАМА ДОКТОРСKE ДИСЕРТАЦИЈЕ / УМЈЕТНИЧКОГ РАДА⁵

Орган који је именовао комисију: Научно-наставно вијеће Природно-математичког факултета

Датум именовања комисије: 12. новембар 2025. године

Број одлуке: 19-3.2910/25

Навести титулу, име и презиме, институција чланова комисије

1. др Бојан Николић, доцент, Природно-математички факултет Универзитета У Бањој Луци (предсједник комисије),
2. др Душко Јојић, редовни професор, Природно-математички факултет Универзитета У Бањој Луци (члан комисије),
3. др Ник Стопар, доцент, Факултет за Грађевинарство и геодезију Универзитета у Љубљани (члан комисије)

Јавном представљању присуствовао први и/или други ментор⁶

☒ ДА

☐ НЕ

6. ОЦЕНА ПОДОБНОСТИ ТЕМЕ

6.1. Формулација назива дисертације / умјетничког рада: (наслова)

Нова класа биномних сума и примене

Да ли је наслов дисертације / умјетничког рада: подобан?

☒ ДА

☐ НЕ

6.2. Научно поље и ужа научна/умјетничка област

Математика/Алгебра и геометрија

Да ли су научно поље и ужа научна/умјетничка област исти као код првог ментора/другог ментора?

☒ ДА

☐ НЕ

6.3. Предмет истраживања

Истраживање се бави са новом класом биномних сума, тзв. М сума које су први пут представљене у литератури у раду [32], као суме које су блиско повезане са D сумама, а које су детаљно описане у радовима [32], [35], [36], и [38]. Разлог истраживања је трагање за што једноставнијим доказом оригиналне Диксонове формуле: $\sum_{k=0}^{2n} (-1)^k \binom{2n}{k}^3 = (-1)^n \binom{2n}{n} \binom{3n}{n}$, доказане у [10] почетком 20. века применом тригонометријских интеграла. Новији доказ општег случаја Диксонове формуле дат је и у раду [26].

Calkin је 1998. године доказао [4] конгруенцију о дељивости биномне суме $S(2n, m) = \sum_{k=0}^{2n} (-1)^k \binom{2n}{k}^m$, која је генерализација оригиналне Диксонове формуле, са централним биномним коефицијентом. Кориштене су методе анализе и Lukas-ова формула. Guo и остали су 2007. године такође дали свој доказ Calkin-овог резултата [16], те извели формуле за суму $S(2n, m)$ и за случајеве $m=4$ и $m=5$. Кориштене су Rogers-Ramanujan-ове суме [17].

Да ли је предмет истраживања релевантан и у складу са предложеним насловом?

☒ ДА

☐ НЕ

⁵ У складу са чланом 32 [Правила студирања на трећем циклусу студија, септембра 2022. године.](#)

⁶ У складу са чланом 32 [Правила студирања на трећем циклусу студија, септембра 2022. године.](#)

6.4. Релевантност и савременост коришћених референци и литературе са списком литературе

У пријави теме докторске дисертације кандидат је навео следеће референце:

1. J-C. Aval, Multivariate Fuss-Catalan numbers, *Discrete Math.* 308, 4660—4669, 2008.
2. E. Allen and I. Gheorghicius, A weighted interpretation for the super Catalan numbers, *Journal of Integer Sequences*, 17, Article 14.10.7, 2014.
3. C. Banderier and S. Schwer, Why Delannoy numbers?, *Journal of Statistical Planning and Inference*, 135(1), 40-54, 2005.
4. N. J. Calkin, Factors of sums of powers of binomial coefficients, *Acta Arith.* 86, 17-26, 1998.
5. D. Callan, A combinatorial interpretation for a super-Catalan recurrence, *Journal of Integer Sequences*, 8, Article 05.1.8, 2005.
6. H. Q. Cao and H. Pan, Factors of alternating binomial sums, *Adv. In Appl. Math.* 45, 96-107, 2010.
7. J. Chen and C. Wang, Congruences concerning generalized central trinomial coefficients, *Proceedings of the American Mathematical Society*, 150(9), 3725-3738, 2022.
8. W. Chu, Alternating convolutions of Catalan numbers, *Bulletin of the Brazilian Mathematical Society, New Series*, 53, 95-105, 2022.
9. W. Chu, & E. Kilic, Binomial sums involving Catalan numbers, *Rocky Mountain Journal of Mathematics*, 51(4), 1221—1225, 2021.
10. A. C. Dixon, On the sum of the cubes of the coefficients in a certain expansion by the binomial theorem, *Messenger of Mathematics* 20, 79-80, 1891.
11. A. C. Dixon, Summation of a certain series, *Proc. London Math. Soc.* 35 (1), 285-289, 1903.
12. I. M. Gessel, Super ballot numbers, *J. Symbolic Comput.* 14, 179-194, 1992.
13. R. L. Graham, D. Knuth, and O. Patashnik, Concrete Mathematics, Second Edition, Reading Massachusetts: Addison-Wesley, 1994.
14. V. J. W. Guo, Proof of two divisibility properties of binomial coefficients conjectured by Z. W. Sun, *Electron. J. Combin.* 21(2), Article P2.54, 2014.
15. V. J. W. Guo, Some congruences involving powers of Legendre polynomials, *Integral Transforms and Special Functions* 26(9), 660-666, 2015.
16. V. J. W. Guo, F. Jouhet, and J. Zheng, Factors of alternating sums of products of binomial and q-binomial coefficients, *Acta Arith.* 127(1), 17-31, 2007.
17. V. J. W. Guo, F. Jouhet, and J. Zheng, New finite Rogers-Ramanujan identities, *The Ramanujan Journal*, 19, 247-266, 2009.
18. H. W. Gould, Combinatorial Identities, revised edition, *published by the author*, 1972.
19. H. W. Gould and J. Quaintance, Combinatorial identities: Table I: intermediate techniques for summing finite series, *Preprint*, 2010.

20. G. Heteyi, Central Delannoy numbers and balanced Cohen-Macaulay complexes, *Ann. Comb.* 10, 443-462, 2006.
21. K. Killpatrick, Super FiboCatalan numbers and generalized FiboCatalan numbers, *Preprint*, 2023.
22. T. Koshy, Catalan Numbers with Applications, *Oxford University Press*, 2009.
23. K-H. Lee and S-j. Oh, Catalan triangle numbers and binomial coefficients, *Contemporary Mathematics* 713, 165-185, 2018.
24. T. Lengyel, On Some p-adic properties and supercongruences of Delannoy and Schroder Numbers, *Integers* 21, 2021.
25. T. X. S. Li and A. F. Y. Zhao, Weighted free lattice paths and Legendre polynomials, *Integers* 22, 2022.
26. P. J. Miana, H. Ohtsuka, and N. Romero, Sums of powers of Catalan triangle numbers, *Discrete Math.*, 340(10), 2388-2397, 2017.
27. J. Mikić, A Proof of Dixon's Identity, *Journal of Integer Sequences*, 19, Article 16.5.3, 2016.
28. J. Mikić, Factors of alternating convolution of the Gessel numbers, *Notes on Number Theory and Discrete Mathematics*, 30(4), 857-868, 2024.
29. J. Mikić, A New Theorem from the Number Theory and its Applications for a 3-adic Valuation for Large Schröder Numbers, *Proceedings of the 5-th Croatian Combinatorial Days*, 2024.
30. J. Mikić, A note on the Gessel numbers, *JP Journal of Algebra, Number Theory and Applications*, 63(3), 225-235, 2024.
31. J. Mikić, On divisibility properties of some binomial sums connected with the Catalan and Fibonacci numbers, *Proceedings of the 4-th Croatian Combinatorial Days*, 2022.
32. J. Mikić, New Class of Binomial Sums and Their Applications, *Proceedings of the 3-th Croatian Combinatorial Days*, 2020.
33. J. Mikić, On a New Congruence in the Catalan Triangle, *Preprint*, 2025.
34. J. Mikić, On new divisibility properties of generalized central trinomial coefficients and Legendre polynomials, *Preprint*, 2023.
35. J. Mikić, On a New Alternating Convolution Formula for the Super Catalan Numbers, *Preprint*, 2021.
36. J. Mikić, On Certain Sums Divisible by the Central Binomial Coefficient, *Journal of Integer Sequences*, 23, Article 20.1.6, 2020.
37. J. Mikić, Two New Identities Involving the Catalan Numbers and Sign-Reversing Involutions, *Journal of Integer Sequences*, 22, Article 19.7.7, 2019.
38. J. Mikić, A Method For Examining Divisibility Properties Of Some Binomial Sums, *Journal of*

Integer Sequences, 21, Article 18.8.7, 2018.

39. D. Mihet, Legendre's and Kummer's Theorems Again, *Reson* 15, 1111-1121, 2010.
40. L. Moser, King paths on a chessboard, *Math. Gaz.* 39(327), 1955.
41. M. Petkovšek, H. Wilf, and D. Zeilberger, *A=B*, A K Peters/CRC Press, 1996.
42. J. Pfaff, Observationes analyticae ad L. Euler Institutiones Calculi Integralis, Vol. IV, Supplem. II et IV, Historia de 1793, *Nova Acta Acad. Sci. Petropolitanae*, 11, 38-57, 1797.
43. Prodinger, H., Two new identities involving the Catalan numbers: A classical approach, *Preprint*, 2019.
44. G. Schaeffer, A combinatorial interpretation of super-Catalan numbers of order two, Manuscript, 2003.
45. J. Schröder, Generalized Schröder Numbers and the Rotation Principle, *Journal of Integer Sequences* 10, Article 07.7.7, 2007.
46. L. W. Shapiro, A Catalan triangle, *Discrete Math.*, 14(1), 83—90, 1976.
47. R. P. Stanley, Bijective proof problems, 2009.
48. R. P. Stanley, *Catalan Numbers*, Cambridge University Press, 2015.
49. R. P. Stanley, Enumerative Combinatorics Volume 2, Cambridge University Press, 1999.
50. R. A. Sulanke, Objects counted by the central Delannoy numbers, *Journal of Integer Sequences*, 6, Article 03.1.5, 2003.
51. Z.-W. Sun, Congruences involving generalized central trinomial coefficients, *Sci. China Math.* 57, 1375—1400, 2014.
52. Z.-W. Sun, On Motzkin numbers and central trinomial coefficients, *Advances in Applied Mathematics*, 136, 102319, 2022.

На списку су наведене 52 референце из литературе. Већина ових референци представља савремене радове објављене у врхунским међународним научним часописима. Додатно, на презентацији теме и програма истраживања докторске дисертације кандидат је дао детаљно образложење зашто наведени радови вјеродостојно покривају аспекте проблема који се разматра. Због тога, утисак је да наведене референце представљају добар одабир литературе, како са становишта њиховог обима, тако са становишта њиховог садржаја и савремености.

Да ли су коришћена литература и референце релевантне у погледу обима, садржаја и савремености.

☒ ДА

☐ НЕ

6.5. Циљеви истраживања

Кориштењем М сума [32] долази се до елементарног доказа оригиналне Диксонове формуле. Штавише, преко М сума се може извести формула за $S(2n, m)$ за сваки природни број m . Осим тога 2020. године, коришћењем М сума дат је елементарни доказ овог Calkin-овог резултата.

Циљ истраживања је откривање нових формула са сумама са биномним коефицијентима,

откривање нових конгруенција са сумама са биномним коефицијентима и проналажење нових комбинаторних интерпретација за нове класе бројева.

Недавно су откривене [37] две нове формуле са Каталановим бројевима, те њихове генерализације [35] са супер Каталановим бројевима $T(n,m)=\frac{\binom{2n}{n}\binom{2m}{m}}{\binom{n+m}{n}}$. Такође, доказано је да је нова биномна сума [35] дељива са супер Каталановим бројем. У доказу су кориштени и тзв. Геселови бројеви. Један од отворених проблема у математици је тражење комбинаторне интерпретације за супер Каталанове бројеве $T(n,m)$. Познато је да Геселови бројеви имају комбинаторну интерпретацију. Кориштењем М сума, 2024. године је доказано да је алтернативна биномна сума са Геселовим бројевима [28] дељива са половином супер Каталановог броја, тј. са $\frac{1}{2}T(n,m)$. Откривена је и друга комбинаторна интерпретација за Геселове бројеве.

Додатно се издваја недавно откривена конгруенција у Каталановим троугловима [33]. Од нових класа бројева изведених преко М сума истичу се бројеви $Q(n,j)=\frac{1}{2n+1}\binom{2n+j}{j}\binom{2n+1}{n+j+1}$, као и њихова нова(за сад и једина) комбинаторна интерпретација.

Други важан резултат М сума је откриће новог теорема из теорије бројева [29] и [34]. Нови теорем представља генерализацију биомног теорема и може се искористити за рачунање највећег степена броја три који дели централни Деланојев број, те највећим степеном броја три који дели велики и мали Шредеров број што су потпуно нови резултати. Такође, теорем се може применити на Лежандровим полиномима и генерализованим централним тринмиалним коефицијентима.

Додатни циљ истраживања је презентовање нових, елементарнијих доказа неких добро познатих формула које укључују биномне коефицијенте.

Да ли су циљеви истраживања јасно дефинисани и усклађени са предметом истраживања?

☒ ДА

☐ НЕ

6.6. Хипотеза истраживања: главна и помоћне хипотезе⁷

1. Комбинаторна интерпретација за супер Каталанове бројеве се може извести кориштењем комбинаторне интерпретације за Геселове бројеве.
2. Очекује се да за велики број познатих формула са биномним коефицијентима постоје генерализације до којих се може доћи применом М сума.
3. Очекује се да кориштење М сума може довести до нових класа бројева и нове комбинаторне интерпретације за њих.
4. У Каталановим троугловима и Каталановим трапезоидима се могу открити нове конгруенције са сумама са биномним коефицијентима.
5. Нови теорем из теорије бројева има велику теоретску и практичну примену. Може се искористити и за промоцију математике и шаха.
6. Нова класа М сума има свој q -аналог. М суме се могу искористити за доказивање конгруенција са q -биномним коефицијентима, као и у доказивању формула са q -биномним коефицијентима, тако и са откривањем нових формула.
7. Алтернативна конволуција Геселових бројева (неиспитани случај $m=0$) је дељива са $\frac{1}{2}T(n,m)$.

⁷ Попуњава се само за научни докторат.

8. Алтернативна конволуција у Каталановом троуглу (неиспитани случај $m=0$) је дељива са Фус-Каталановим бројем реда три.		
Да ли је хипотеза истраживања јасно дефинисана?	☒ ДА	☐ НЕ
6.7. Очекивани резултати Кориштењем М сума изведене су нове конгруенције са централним биномним коефицијентима, Каталановим бројевима и супер Каталановим бројевима. Откривене су и нове формуле са Каталановим и супер Каталановим бројевима. Кориштењем М сума доказана је нова конгруенција која успоставља везу између Геселових и супер Каталанових бројева. Кориштењем М сума у Каталановом троуглу изведена је нова конгруенција која успоставља везу између елемената Каталановог троугла са Фус-Каталановим бројевима реда три и централним биномним коефицијентима. Том приликом откривена је нова класа бројева $Q(n,j)$ и нова комбинаторна интерпретација за њих. Преко М сума може се дати елементарни доказ оригиналне Диксонове формуле. Такође, може се доказати Калкинов резултат о дељивости познате суме са централним биномним коефицијентом. Могу се извести и остале формуле, не користећи Рогерс-Рамануџанове суме. Кориштењем М сума откривен је и нови теорем из теорије бројева. Нови теорем из теорије бројева успоставља везу између 3-adic евалуације централног Деланојевог броја и 3-adic евалуације централног биномног коефицијента, те између 3-adic евалуације великог Шредеровог броја и 3-adic евалуације Каталановог броја. Кориштењем новог теорема из теорије бројева и Кумеровог теорема можемо одредити ефикасно тачан експонент броја три који дели централни Деланојев број. Познато је да централни Деланојеви бројеви броје све начине на које се креће краљ на шаховској табли димензија $n \times n$ полазећи од крајњег левог до крајњег десног поља са минималним бројем потеза. Нови теорем се може применити и на рачунање тачног експонента броја два који дели централни биномни коефицијент, те на рачунање тачног експонента броја три који дели мали Шредеров број. Познато је да мали Шредерови бројеви броје све начине на које се креће краљ на шаховској табли димензија $n \times n$ полазећи од крајњег левог до крајњег десног поља тако да никад не пређе изнад главне дијагонале са минималним бројем потеза, те да се на главној дијагонали не сме кретати дијагонално. Даље, нови теорем из теорије бројева се може применити и на Лежандрове полиноме $P(x)$, то јест на одређивање тачног експонента непарног природног броја $x > 1$ који дели $P(x)$. Такође, може се применити на генерализоване централне тринوميјалне коефицијенте, као и на друге класе бројева као што су Франелови бројеви. Сви ови резултати ће чинити суштински допринос за разумевање понашања неких важних комбинаторних објеката и објеката теорије бројева, истовремено развијајући нова оруђа која могу потенцијално бити употребљена за истраживање нових својстава.		
Да ли је образложен научни/ умјетнички значај и/или потенцијална примјена очекиваних резултата?	☒ ДА	☐ НЕ
6.8. План рада и временска динамика У првој фази обликоваће се истраживачке теме и разрадити постављене хипотезе. Друга фаза подразумијева проучавање литературе и претходних резултата као и разраду идеја и		

математичких метода за наведени концепт. У трећој фази кандидат ће, у договору са својим менторима, радити на реализацији циља истраживања и добијању свих очекиваних резултата. Дио истраживања је у поодмаклом стадијуму и кандидат већ има одређен дио наведених резултата. Очекује се да планирана истраживања буду приведена крају у року од годину дана.

Да ли су предложени одговарајући план рада и временска динамика израде дисертације?

☒ ДА

☐ НЕ

6.9. Материјал и методологија рада

Материјали који ће служити за истраживање су искључиво писани материјали-наведена литература, с обзиром да се ради о истраживању у оквиру теоретске математике.

За доказивање дељивости [28] алтернативне конволуције Геселових бројева, помножених са биномним коефицијентом, са половином супер Каталановог броја користи се [32] главне рекурентне релације за M суме и помоћну релацију за M суме која је изведена коришћењем хедног облика Пфафове формуле. Додатно, користи се формула за M суме за супер Каталанове бројеве која је раније изведена [35] преко рекурентних релација и индукције.

За доказивање дељивости [33] алтернативне конволуције елемената Каталановог троугла, помножене са биномним коефицијентом, са Фус-Каталановим бројевима реда три и централним биномним коефицијентом користе се главне рекурентне релације за M суме и помоћна релација за M суме. Такође, користи се и друге познате M суме [28,32].

За доказивање нове комбинаторне интерпретације за бројеве $Q(n,j)=\frac{1}{2n+1}\binom{2n+j}{j}\binom{2n+1}{n+j+1}$ користи се рекурентне релације и индукција [6].

За доказивање првог дела новог теорема из теорије бројева [34] користи се позната формула која се може извести преко M сума, Лежандров теорем и помоћна неједнакост са p -адиc евалуацијом централног биномног коефицијента.

За доказивање другог дела новог теорема из теорије бројева [34] користе се главне рекурентне релације за M суме [32].

Од метода анализе, по потреби се користе функције генератрисе, метод Snake-Oil, те хипер-геометријске функције.

Предложени методи су адекватни и омогућиће кандидату да реализује постављене циљеве истраживања.

Да ли су предвиђени материјал и методологија рада одговарајући?

☒ ДА

☐ НЕ

6.10. Мјесто, лабораторија и опрема за експериментални рад⁸

-

Да ли су предвиђени одговарајуће мјесто, лабораторија и опрема за експериментални рад?

☐ ДА

☒ НЕ

Да ли је планирана сарадња са другим институцијама у земљи и иностранству?

☒ ДА

☐ НЕ

Да ли је тема подобна?

☒ ДА

☐ НЕ

⁸ Попуњава се само за научни докторат.

6. ЗАКЉУЧАК		
Да ли студент испуњава прописане услове?	☒ ДА	☐ НЕ
Да ли је тема подобна?	☒ ДА	☐ НЕ
Да ли први ментор испуњава прописане услове?	☒ ДА	☐ НЕ
Да ли други ментор испуњава прописане услове?	☒ ДА	☐ НЕ

Мјесто и датум: Бања Лука, 23.12.2025. године

*др Бојан Николић, доцент, Природно-математички факултет
Универзитета у Бањој Луци, с.р.*
Предсједник комисије

*др Душко Јојић, редовни професор,
Природно-математички факултет
Универзитета у Бањој Луци, с.р.*
Члан комисије

*др Ник Стојар, доцент, Факултет за
Грађевинарство и Геодезију
Универзитета у Љубљани. с.р.*
Члан комисије

ИЗДВОЈЕНО МИШЉЕЊЕ: Члан комисије који не жели да потпише извјештај јер се не слаже са мишљењем већине чланова комисије дужан је да у извјештај унесе образложење, то јест разлоге због којих не жели да потпише извјештај.

У прилогу извјештаја доставити:

1. Одлука Умјетничко-научно-наставног / научно-наставног вијећа чланице Универзитета о именовању комисије за оцјену подобности студента, теме и испуњеност услова за менторство;
2. Одлука Умјетничко-научно-наставног / научно-наставног вијећа чланице Универзитета о усвајању извјештаја комисије за оцјену подобности студента, теме и испуњеност услова за менторство;
3. Пријава приједлога теме докторске дисертације – Образац 1;
4. Извјештај комисије за оцјену подобности студента, теме и испуњеност услова за менторство – Образац 2.