



ИЗВЈЕШТАЈ

*о оцјени њодобносйи сйуденйа, йеме и исйуњеносй услова за
менйорсйво за израду докйорске дисерйације / докйорској
умјейничкој рада¹*

1. ПОДАЦИ О КОМИСИЈИ

Орган који је именовао комисију: Научно-наставно вијеће Природно-математичког факултета

Датум именовања комисије: 09.12.2025. године

Број одлуке: 19-3.3191/25

Чланови комисије²:

1.	Николић Бојан Презиме и име	доцент Звање
	Математика/Алгебра и геометрија Научно поље и ужа научна/умјетничка област	
	Природно-математички факултет Универзитета у Бањој Луци Установа у којој је запослен/а	Предсједник комисије Функција у комисији
2.	Петковић Борис Презиме и име	доцент Звање
	Математика/Математичка анализа и примјене Научно поље и ужа научна/умјетничка област	
	Природно-математички факултет Универзитета у Бањој Луци Установа у којој је запослен/а	Члан комисије Функција у комисији
3.	Стопар Ник Презиме и име	доцент Звање
	Математика/Алгебра Научно поље и ужа научна/умјетничка област	
	Факултет за Грађевинарство и геодезију Универзитета у Љубљани Установа у којој је запослен/а	Члан комисије Функција у комисији

¹ У даљем тексту „дисертација / умјетнички рад”.

² Чланови Комисије морају испуњавати минималне услове у складу са чланом 31 [Правила студирања на трећем циклусу студија од септембра 2022. године](#) и чланом 3 [Правила о измјенама и допунама Правила студирања на трећем циклусу студија од фебруара 2023. године](#).

2. ПОДАЦИ О СТУДЕНТУ					
Име, име једног родитеља, презиме: Сара, Миле, Кољанчић, дјевојачко презиме Јевђенић					
Датум рођења: 14.01.1994. године					
Мјесто и држава рођења: Бања Лука, РС, Босна и Херцеговина					
2.1. Студије првог циклуса или основне студије или интегрисане студије					
Година уписа:	2012.	Година завршетка:	2016.	Просјечна оцјена током студија:	9,38
Универзитет: Универзитет у Бањој Луци					
Факултет/Академија: Природно-математички факултет					
Студијски програм: Математика и информатика					
Стечено звање: Дипломирани математичар и информатичар					
2.2. Студије другог циклуса или мастер студије					
Година уписа:	2016.	Година завршетка:	2019.	Просјечна оцјена током студија:	10,00
Универзитет: Универзитет у Бањој Луци					
Факултет/Академија: Природно-математички факултет					
Студијски програм: Математика и информатика					
Назив завршног рада другог циклуса или мастер тезе, датум одбране:					
Класификација Кац-Мудијевих алгебри, 31.05.2019. године					
Ужа научна/умјетничка област завршног рада другог циклуса или мастер тезе:					
Алгебра и геометрија					
Стечено звање: Мастер математике					
2.3. Студије трећег циклуса					
Година уписа:	2019.	Број ECTS бодова остварених до сада:	40	Просјечна оцјена током студија:	10,00
Факултет/Академија: Природно-математички факултет					
Студијски програм: Математика					
2.4. Приказ научних, стручних односно умјетничких радова студента					
Р. б.	Основни подаци о научном раду				Цитатна база

Навести појединачно радове, уколико их студент има, са навођењем DOI бројева, односно концерте / снимљена дјела.

Додати потребан број редова. Користити исти стил за навођење свих референци у 2.4.

1.	A. Đurić, S. Jevđenić, P. Oblak, N. Stopar, The total zero-divisor graph of commutative rings, <i>Journal of Algebra and Its Applications</i> , 18(10), 1950190, 2019. https://doi.org/10.1142/S0219498819501901	Web of Science Core Collection (SCIE)
2.	A. Đurić, S. Jevđenić, N. Stopar, Compressed zero-divisor graphs of matrix rings over finite fields, <i>Linear and Multilinear Algebra</i> , 69(11), 2012-2039, 2021. https://doi.org/10.1080/03081087.2019.1655523	Web of Science Core Collection (SCIE)
3.	A. Đurić, S. Jevđenić, N. Stopar, Categorical properties of compressed zero-divisor graphs of finite commutative rings, <i>Journal of Algebra and Its Applications</i> , 20(05), 2150069, 2021. https://doi.org/10.1142/S0219498821500699	Web of Science Core Collection (SCIE)
4.	D. Bogdanić, A. Đurić, S. Koljančić, P. Oblak, K. Šivic, Jordan structures of nilpotent matrices in the centralizer of a nilpotent matrix with two Jordan blocks of the same size, <i>Linear Algebra and Its Applications</i> , 690, 59-90, 2024. https://doi.org/10.1016/j.laa.2024.03.008	Web of Science Core Collection (SCIE)
5.	D. Bogdanić, S. Jevđenić, Computation of positive roots for Lie Algebras, <i>Mat-Kol</i> , XXVI(2), 33-40, 2020.	Други извори

Оцјена релевантности научне, стручне односно умјетничке активности студента за предложену тему дисертације / умјетничког рада:

Сара Кољанчић (дјевојачко презиме Јевђенић) дипломирала је 2016. године на Природно-математичком факултету Универзитета у Бањој Луци, стекавши звање дипломираног математичара-информатичара. Студије другог циклуса успјешно је завршила 2019. године на Природно-математичком факултету Универзитета у Бањој Луци, стекавши звање мастера математике. Од 2019. године студент је докторских студија математике на Природно-математичком факултету Универзитета у Бањој Луци.

2018. године изабрана је на мјесто асистента, а од 2023. године на мјесто вишег асистента на ужу научну област Алгебра и геометрија, на Природно-математичком факултету Универзитета у Бањој Луци.

Објавила је неколико научних радова у међународним часописима, од којих су четири референцирана у Web of Science Core Collection (SCIE) цитатној бази. У овим радовима, фокус је на Алгебри и Линеарној алгебри, са акцентом на проучавање својстава разних врста графова дјелитеља нуле комутативних прстена и сродних алгебарских структура.

Учествовала је на више међународних научних конференција и семинара, међу којима су излагање на SAFA семинару на Факултету за математику и физику, Универзитета у Љубљани у марту 2025. године, као и излагање на конференцији 9th Linear Algebra Workshop у Порторожу, Словенија, у јуну 2025. године. Поред тога, реализовала је више научно-истраживачких посјета у склопу билатералних пројеката сарадње БиХ-Република Словенија: „Representations of Quantum Groups via Computational Linear Algebra “ (март и новембар 2017. године), „Nilpotent orbits and commuting matrices“ (септембар 2019., фебруар 2020., децембар 2021. и септембар 2022. године) и „Compressed commuting graphs of algebraic structures“ (март 2025. године).

Од 2017. године члан је Друштва математичара Града Бања Лука, а од 2025. године члан је ILAS-а (International Linear Algebra Society).

Да ли студент испуњава прописане услове?

☒ ДА

☐ НЕ

3. ПОДАЦИ О ПРВОМ МЕНТОРУ

Име и презиме: Полона Облак

Академско звање: редовни професор

Научно поље и ужа научна/умјетничка област: Математика/Алгебра

Матична институција стицања избора у звање: Факултет за Рачунарство и информатику
Универзитета у Љубљани, Словенија

Биографија (до 300 ријечи):

др Полона Облак рођена је у Трбовљу, Словенија 16.01.1978. године. Основне студије из математике завршила је 2001. године на Факултету за математику и физику, Универзитета у Љубљани, Словенија. На истом факултету је 2004. године завршила мастер студије математике, да би потом 2008. одбранила докторску дисертацију "Orbits of Pairs of Commuting Nilpotent Matrices", под менторством професора Томажа Кошира. Редовни је професор на Факултету за Рачунарство и информатику од 2024. године.

Радови из научне/умјетничке области којој припада приједлог теме дисертације / умјетничког рада:

Р. б.	Навести појединачно радове, са навођењем DOI бројева, односно концерте / снимљена дјела. Додати потребан број редова. Користити исти стил за навођење свих референци.	Цитатна база
1.	R. H. Levene, P. Oblak, H. Šmigoc, Orthogonalisability of joins of graphs, <i>Linear Algebra and its Applications</i> , 723, 162-181, 2025. https://doi.org/10.1016/j.laa.2025.06.001	Web of Science Core Collection (SCIE)
2.	S. M. Fallat, H. T. Hall, R. H. Levene, S. A. Meyer, S. Nasserasr, P. Oblak, H. Šmigoc, Spectral arbitrariness for trees fails spectacularly, <i>Journal of Combinatorial Theory, Series B</i> , 169, 161-210, 2024. https://doi.org/10.1016/j.jctb.2024.06.007	Web of Science Core Collection (SCIE)
3.	D. Bogdanić, A. Đurić, S. Koljančić, P. Oblak, K. Šivic, Jordan structures of nilpotent matrices in the centralizer of a nilpotent matrix with two Jordan blocks of the same size, <i>Linear Algebra and Its Applications</i> , 690, 59-90, 2024. https://doi.org/10.1016/j.laa.2024.03.008	Web of Science Core Collection (SCIE)
4.	R. H. Levene, P. Oblak, H. Šmigoc, Distinct eigenvalues are realizable with generic eigenvectors, <i>Linear and Multilinear Algebra</i> , 72(12), 2054-2068, 2024. https://doi.org/10.1080/03081087.2023.2232090	Web of Science Core Collection (SCIE)
5.	A. Omanović, P. Oblak, T. Curk, Matrix tri-factorization over the tropical semiring. <i>IEEE Access</i> , 11, 69022–69032, 2023. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2023.3287833	Web of Science Core Collection (SCIE)
6.	J. C.-H. Lin, P. Oblak, H. Šmigoc, The liberation set in the inverse eigenvalue problem of a graph, <i>Linear Algebra and its Applications</i> , 675, 1-28, 2023. https://doi.org/10.1016/j.laa.2023.06.009	Web of Science Core Collection (SCIE)

7.	A. Abiad, S. M. Fallat, M. Kempton, R. H. Levene, P. Oblak, H. Šmigoc, M. Tait, K. N. Vander Meulen, Bordering of symmetric matrices and an application to the minimum number of distinct eigenvalues for the join of graphs, <i>Linear Algebra and its Applications</i> , 679, 104-126, 2023. https://doi.org/10.1016/j.laa.2023.09.013	Web of Science Core Collection (SCIE)
8.	D. Dolžan and P. Oblak, Total graphs are Laplacian integral, <i>Algebra Colloq.</i> , 29(3), 427-436, 2022. https://doi.org/10.1142/S1005386722000323	Web of Science Core Collection (SCIE)
9.	R. H. Levene, P. Oblak, H. Šmigoc, Orthogonal symmetric matrices and joins of graphs, <i>Linear Algebra and its Applications</i> , 652, 213-238, 2022. https://doi.org/10.1016/j.laa.2022.07.007	Web of Science Core Collection (SCIE)
10.	J. C.-H. Lin, P. Oblak, H. Šmigoc, On the inverse eigenvalue problem for block graphs, <i>Linear Algebra and its Applications</i> , 631, 379-397, 2021. https://doi.org/10.1016/j.laa.2021.09.008	Web of Science Core Collection (SCIE)
11.	A. Omanović, H. Kazan, P. Oblak, T. Curk, Sparse data embedding and prediction by tropical matrix factorization, <i>BMC Bioinformatics</i> , 22, 1-18, 2021. https://doi.org/10.1186/s12859-021-04023-9	Web of Science Core Collection (SCIE)
12.	A. Omanović, P. Oblak, T. Curk, Application of tropical semiring for matrix factorization, <i>Uporabna informatika</i> , 28(4), 205-208, 2020. https://doi.org/10.31449/upinf.99	Други извори
13.	J. C.-H. Lin, P. Oblak, H. Šmigoc, The strong spectral property for graphs, <i>Linear Algebra and its Applications</i> , 598, 68-91, 2020. https://doi.org/10.1016/j.laa.2020.03.031	Web of Science Core Collection (SCIE)
14.	D. Dolžan and P. Oblak, Cholesky decomposition of matrices over commutative semirings, <i>Linear Multilinear Algebra</i> , 68(5), 1057-1063, 2020. https://doi.org/10.1080/03081087.2018.1529137	Web of Science Core Collection (SCIE)
15.	A. Đurić, S. Jevđenić, P. Oblak, N. Stopar, The total zero-divisor graph of commutative rings, <i>Journal of Algebra and Its Applications</i> , 18(10), 1950190, 2019. https://doi.org/10.1142/S0219498819501901	Web of Science Core Collection (SCIE)
16.	R. H. Levene, P. Oblak, H. Šmigoc, A Nordhaus–Gaddum conjecture for the minimum number of distinct eigenvalues of a graph, <i>Linear Algebra and its Applications</i> , 564, 236-263, 2019. https://doi.org/10.1016/j.laa.2018.12.001	Web of Science Core Collection (SCIE)
17.	D. Dolžan and P. Oblak, Bounds for the completely positive rank of a symmetric matrix over a tropical semiring, <i>The Electronic Journal of Linear Algebra</i> , 34, 152-162, 2018. https://doi.org/10.13001/1081-3810.3595	Web of Science Core Collection (SCIE)
18.	P. Oblak, H. Šmigoc, The maximum of the minimal multiplicity of eigenvalues of symmetric matrices whose pattern is constrained by a graph, <i>Linear Algebra and its Applications</i> , 512, 48-70, 2017. https://doi.org/10.1016/j.laa.2016.09.014	Web of Science Core Collection (SCIE)

19.	D. Dolžan and P. Oblak, The total graphs of finite commutative semirings, <i>Results in Mathematics</i> , 72(1-2), 193-204, 2017. https://doi.org/10.1007/s00025-016-0595-y	Web of Science Core Collection (SCIE)
20.	D. Dolžan, P. Oblak, Maximal simultaneously nilpotent sets of matrices over antinegative semirings, <i>Linear Algebra and its Applications</i> , 510, 222-229, 2016. https://doi.org/10.1016/j.laa.2016.08.014	Web of Science Core Collection (SCIE)
21.	D. Dolžan, D. Kokol-Bukovšek and B. Kuzma, On diameter of components in commuting graphs, <i>Linear Algebra Appl.</i> , 522, 161-174, 2017. https://doi.org/10.1016/j.laa.2017.02.001	Web of Science Core Collection (SCIE)
22.	D. Dolžan, P. Oblak, The total graphs of finite rings, <i>Communications in Algebra</i> , 43(7), 2903-2911, 2015. https://doi.org/10.1080/00927872.2014.907417	Web of Science Core Collection (SCIE)
23.	G. Dolinar, A. E. Guterman, B. Kuzma, P. Oblak, Commutativity preservers via maximal centralizers, <i>Publicationes Mathematicae</i> , 84(3-4), 439-450, 2014. https://doi.org/10.5486/PMD.2013.5775	Web of Science Core Collection (SCIE)
24.	P. Oblak, H. Šmigoc, Graphs that allow all the eigenvalue multiplicities to be even, <i>Linear Algebra and its Applications</i> , 454, 72-90, 2014. https://doi.org/10.1016/j.laa.2014.04.017	Web of Science Core Collection (SCIE)
25.	G. Dolinar, A. E. Guterman, B. Kuzma, P. Oblak, Commuting graphs and extremal centralizers, <i>Ars Mathematica Contemporanea</i> , 7(2), 453-459, 2014. https://doi.org/10.26493/1855-3974.386.a83	Web of Science Core Collection (SCIE)
26.	D. Dolžan, M. Konvalinka, P. Oblak, Diameters of connected components of commuting graphs, <i>Electronic Journal of Linear Algebra</i> , 26, 433-445, 2013. https://doi.org/10.13001/1081-3810.1663	Web of Science Core Collection (SCIE)
27.	G. Dolinar, A. E. Guterman, B. Kuzma, P. Oblak, Extremal matrix centralizers, <i>Linear Algebra and its Applications</i> , 438(7), 2904-2910, 2013. https://doi.org/10.1016/j.laa.2012.12.010	Web of Science Core Collection (SCIE)
28.	G. Dolinar, B. Kuzma, P. Oblak, On maximal distances in a commuting graph, <i>Electronic Journal of Linear Algebra</i> , 23, 243-256, 2012. https://doi.org/10.13001/1081-3810.1518	Web of Science Core Collection (SCIE)
29.	D. Dolžan, P. Oblak, The zero-divisor graphs of rings and semirings, <i>International Journal of Algebra and Computation</i> , 22(4), 1250033, 2012. https://doi.org/10.1142/S0218196712500336	Web of Science Core Collection (SCIE)
30.	P. Oblak, On the nilpotent commutator of a nilpotent matrix, <i>Linear and Multilinear Algebra</i> , 60(5), 599-612, 2012. https://doi.org/10.1080/03081087.2011.618837	Web of Science Core Collection (SCIE)
31.	D. Dolžan, D. Kokol-Bukovšek, P. Oblak, Diameters of commuting graphs	SCOPUS

	of matrices over semirings, <i>Semigroup Forum</i> , 84(2), 365-373, 2012. https://doi.org/10.1007/s00233-011-9371-1	
32.	D. Dolžan, P. Oblak, Noncommuting graphs of matrices over semirings, <i>Linear Algebra and its Applications</i> , 435(7), 1649-1656, 2011. https://doi.org/10.1016/j.laa.2010.04.015	Web of Science Core Collection (SCIE)
33.	D. Dolžan, P. Oblak, Commuting graphs of matrices over semirings, <i>Linear Algebra and its Applications</i> , 435(7), 1657-1665, 2011. https://doi.org/10.1016/j.laa.2010.04.014	Web of Science Core Collection (SCIE)
34.	D. Dolžan, P. Oblak, Invertible and nilpotent matrices over antirings, <i>Linear Algebra and its Applications</i> , 430(1), 271-278, 2009. https://doi.org/10.1016/j.laa.2008.07.016	Web of Science Core Collection (SCIE)
35.	D. Dolžan, P. Oblak, Idempotent matrices over antirings, <i>Linear Algebra and its Applications</i> , 431(5-7), 823-832, 2009. https://doi.org/10.1016/j.laa.2009.03.035	Web of Science Core Collection (SCIE)
36.	T. Košir, P. Oblak, On pairs of commuting nilpotent matrices, <i>Transformation Groups</i> , 14(1), 175-182, 2009. https://doi.org/10.1007/s00031-008-9045-6	SCOPUS
37.	P. Oblak, Jordan forms for mutually annihilating nilpotent pairs, <i>Linear Algebra and its Applications</i> , 428(7), 1476-1491, 2008. https://doi.org/10.1016/j.laa.2007.09.030	Web of Science Core Collection (SCIE)
38.	P. Oblak, The upper bound for the index of nilpotency for a matrix commuting with a given nilpotent matrix, <i>Linear and Multilinear Algebra</i> , 56(6), 701-711, 2008. https://doi.org/10.1080/03081080701571083	Web of Science Core Collection (SCIE)
39.	D. Kokol-Bukovšek, T. Košir, N. Novak, P. Oblak, Products of commuting nilpotent operators, <i>Electronic Journal of Linear Algebra</i> , 16, 237-247, 2007. https://doi.org/10.13001/1081-3810.1199	Web of Science Core Collection (SCIE)
Да ли ментор испуњава прописане услове? ³		☒ ДА ☐ НЕ

4. ПОДАЦИ О ДРУГОМ МЕНТОРУ

Име и презиме: Душко Богданић

Академско звање: редовни професор

Научно поље и ужа научна/умјетничка област: Математика/Алгебра и геометрија

Матична институција стицања избора у звање: Природно-математички факултет Универзитета у Бањој Луци

Биографија другог ментора (до 300 карактера):

Др Душко Богданић рођен је 1981. године у Бањој Луци, Република Српска, БиХ. Докторат је стекао

³ У складу са члановима 29 и 30 [Правила студирања на трећем циклусу студија, септембра 2022. године.](#)

на Универзитету у Оксфорду, Уједињено Краљевство, 2010 године. Редовни је професор на Универзитету у Бањој Луци од 2021. године		
Радови из научне/умјетничке области којој припада приједлог теме докторске дисертације:		
Р. б.	Навести појединачно радове са навођењем DOI бројева, односно концерте / снимљена дјела. Додати потребан број редова. Користити исти стил за навођење свих референци.	Цитатна база
1.	D.Bogdanić, I.V. Boroja, Indecomposable Modules in the Grassmannian Cluster Category $CM(B_{\{5,10\}})$, <i>Kragujevac Journal of Mathematics</i> , 48(6), 907-920, 2024. https://doi.org/10.46793/KgJMat2406.907B	DOAJ Web of Science (ESCI)
2.	K. Baur, D. Bogdanic, A. G. Elsener, <i>Corrigendum to „Cluster categories from Grassmannians and root combinatorics“</i> , <i>Nagoya Mathematical Journal</i> , 249, 269-273, 2023. https://doi.org/10.1017/nmj.2022.7	SCOPUS
3.	K. Baur, D. Bogdanic, J.R. Li, Construction of Rank 2 Indecomposable Modules in Grassmannian Cluster Categories, <i>Adv. Stud. Pure Math</i> , 88, 1-45, 2023. https://doi.org./10.2969/aspm/08810001	SCOPUS
4.	D. Bogdanić, I. V. Boroja, Decomposable Extensions Between Rank 1 Modules in Grassmannian Cluster Categories, <i>Sarajevo Journal of Mathematics</i> , 18(2), 297-312, 2022. https://doi.org/10.5644/SJM.18.02.10	DOAJ
5.	K. Baur, D. Bogdanic, A. G. Elsener, Cluster categories from Grassmannians and root combinatorics, <i>Nagoya Mathematical Journal</i> , 240, 322-354, 2020. https://doi.org/10.1017/nmj.2019.14	SCOPUS
6.	K. Baur, D. Bogdanic, Extensions between Cohen–Macaulay modules of Grassmannian cluster categories, <i>Journal of Algebraic Combinatorics</i> , 45, 965-1000, 2017. https://doi.org/10.1007/s10801-016-0731-5	Web of Science Core Collection (SCIE)
7.	D. Bogdanic, Existence of gradings on associative algebras, <i>Comm. Algebra</i> , 44(7), 3069-3076, 2016.	Web of Science Core Collection (SCIE)
8.	D. Bogdanic, Graded Cartan matrices of defect 2 blocks of symmetric groups, <i>Journal of Algebra and Its Applications</i> , 12(05), 2013. https://doi.org/10.1142/S0219498812502209	Web of Science Core Collection (SCIE)
9.	D. Bogdanic, Graded blocks of group algebras with dihedral defect groups, <i>Colloq. Math.</i> , 122(2), 149-176, 2011.	Web of Science Core Collection (SCIE)
10.	D. Bogdanic, Graded Brauer tree algebras, <i>J. Pure Appl. Algebra</i> , 214(9), 1534-1552, 2010.	Web of Science Core Collection (SCIE)

Да ли други ментор испуњава прописане услове? ⁴	☒ ДА	☐ НЕ
--	--	-----------------------------

5. ПРЕДСТАВЉАЊЕ ТЕМЕ И ПРОГРАМА ДОКТОРСKE ДИСЕРТАЦИЈЕ / УМЈЕТНИЧКОГ РАДА⁵

Орган који је именовао комисију: Научно-наставно вијеће Природно-математичког факултета

Датум именовања комисије: 09.12.2025. године

Број одлуке: 19-3.3191/25

Навести титулу, име и презиме, институција чланова комисије

1. др Бојан Николић, доцент, Природно-математички факултет Универзитета У Бањој Луци (предсједник комисије),
2. др Борис Петковић, доцент, Природно-математички факултет Универзитета У Бањој Луци (члан комисије),
3. др Ник Стопар, доцент, Факултет за Грађевинарство и геодезију Универзитета у Љубљани (члан комисије)

Јавном представљању присуствовао први и/или други ментор⁶

☒ ДА

☐ НЕ

6. ОЦЕНА ПОДОБНОСТИ ТЕМЕ

6.1. Формулација назива дисертације / умјетничког рада: (наслова)

Комбинаторни аспекти јаког спектралног својства матрица

Да ли је наслов дисертације / умјетничког рада: подобан?

☒ ДА

☐ НЕ

6.2. Научно поље и ужа научна/умјетничка област

Математика/Алгебра и геометрија

Да ли су научно поље и ужа научна/умјетничка област исти као код првог ментора/другог ментора?

☒ ДА

☐ НЕ

6.3. Предмет истраживања

Инверзни проблеми својствених вриједности појављују се у различитим контекстима у математици и инжењерству. Класичан инверзни проблем својствених вриједности подразумијева да се за дату фамилију матрица и дато спектрално својство пронађе један примјер матрице са датим својством и из дате фамилије.

Фокус истраживања јесте **Инверзни проблем својствених вриједности графа** (Inverse Eigenvalue Problem for a graph/IEPG), а исти подразумијева одређивање симетричних матрица које одговарају простом графу (у смислу да су недијагоналне позиције у матрици одређене законима сусједства у датом графу) и које имају унапријед познат спектар. О тежини тог проблема говори чињеница да је у потпуности ријешен тек за неколико класа графова: за путеве, звијезде, уопштене звијезде, комплетне графове и графове са највише пет чворова. Међутим, помоћу недавно развијених

⁴ У складу са чланом 29 или 30 [Правила студирања на трећем циклусу студија, септембра 2022. године.](#)

⁵ У складу са чланом 32 [Правила студирања на трећем циклусу студија, септембра 2022. године.](#)

⁶ У складу са чланом 32 [Правила студирања на трећем циклусу студија, септембра 2022. године.](#)

метода базираних на многострукостима и Теореме о имплицитној функцији, та област истраживања је трансформисана у једну потпуно нову област која подразумева проналажење рјешења у надграфу оног графа за који је инверзни проблем већ ријешен.

У склопу ове области уведена су јака својства матрица, а матрице **са јаким спектралним својством**, скр. SSP (Strong Spectral Property) јесу посебно моћан алат у рјешавању Инверзног проблема својствених вриједности графа. Најважнија теорема – Теорема о суперграфу [6, Theorem 10] – исказује да за сваку SSP матрицу графа постоји SSP матрица са истим спектром, а која одговара надграфу полазног графа. Да ли матрица посједује јако спектрално својство или не, зависи искључиво од елемената матрице, а конструисати (SSP) матрицу са унапријед задатим спектром је јако тешко. Међутим, у неким специјалним случајевима дешава се то да из комбинаторне структуре графа слиједи да све матрице које одговарају таквом графу имају јако спектрално својство. Из тих разлога су аутори у [10] увели појам **графа који има јако спектрално својство**, односно графа код којег све матрице које га представљају имају јако спектрално својство. Проблем проналажења таквих графова је отворен проблем, иако су нађене неке класе графова који имају дато својство.

Да ли је предмет истраживања релевантан и у складу са предложеним насловом?

☒ ДА

☐ НЕ

6.4. Релевантност и савременост коришћених референци и литературе са списком литературе

У пријави теме докторске дисертације кандидат је навео сљедеће референце:

- [1] A. Abiad, B. A. Curtis, M. Flagg, H. T. Hall, J.C.-H. Lin, and B. Shader, The inverse nullity pair problem and the strong nullity interlacing property, *Linear Algebra and its Applications*, 699, 539–568, 2024.
- [2] J. Ahn, C. Alar, B. Bjorkman, S. Butler, J. Carlson, A. Goodnight, H. Knox, C. Monroe, and M. C. Wigal, Ordered multiplicity inverse eigenvalue problem for graphs on six vertices, *Electronic Journal of Linear Algebra*, 37, 316–358, 2021.
- [3] S. Allred, E. Curl, S. Fallat, S. Nasserassr, H. Schuerger, R. R. Villagrán, and P. K. Vishwakarma. The strong spectral property of graphs: graph operations and barbell partitions, *Graphs and Combinatorics*, 40(2), article number 20, 2024.
- [4] M. Arav, F. J. Hall, H. van der Holst, Z. Li, A. Mathivanan, J. Pan, H. Xu, and Z. Yang, Advances on similarity via transversal intersection of manifolds, *Linear Algebra and its Applications*, 721, 102-121, 2025.
- [5] W. Barrett, S. Butler, S. M. Fallat, H. T. Hall, L. Hogben, J.C.-H. Lin, B. L. Shader, and M. Young, The inverse eigenvalue problem of a graph: Multiplicities and minors, *Journal of Combinatorial Theory, Series B*, 142, 276–306, 2020.
- [6] W. Barrett, S. Fallat, H. T. Hall, L. Hogben, J. C.-H. Lin, and B. L. Shader, Generalizations of the strong Arnold property and the minimum number of distinct eigenvalues of a graph, *The Electronic Journal of Combinatorics*, 24(2), Paper No. 2.40, 2017.
- [7] B. Bjorkman, L. Hogben, S. Ponce, C. Reinhart, and T. Tranel, Applications of analysis to the determination of the minimum number of distinct eigenvalues of a graph, *Pure and Applied Functional Analysis*, 3(4), 537–563, 2018.
- [8] S. M. Fallat, H. T. Hall, J. C.-H. Lin, and B. L. Shader, The bifurcation lemma for strong properties in the inverse eigenvalue problem of a graph, *Linear Algebra and its Applications*, 648, 70–87, 2022.
- [9] L. Hogben, J. C.-H. Lin, and B. L. Shader, Inverse problems and zero forcing for graphs, *volume 270 of Mathematical Surveys and Monographs*, American Mathematical Society, Providence, RI, 2022.

- [10] J. C.-H. Lin, P. Oblak, H. Šmigoc, The strong spectral property for graphs, *Linear Algebra and its Applications*, 598, 68-91, 2020.
- [11] J. C.-H. Lin, P. Oblak, H. Šmigoc, On the inverse eigenvalue problem for block graphs, *Linear Algebra and its Applications*, 631, 379-397, 2021.
- [12] J. C.-H. Lin, P. Oblak, H. Šmigoc, The liberation set in the inverse eigenvalue problem of a graph, *Linear Algebra and its Applications*, 675, 1-28, 2023.
- [13] J. Breen, C. C. Brouwer, M. Catral, M. Cavers, P. van den Driessche, and K. N. Vander Meulen, The allow sequence of distinct eigenvalues for a sign pattern, *Electronic Journal of Linear Algebra*, 40, 48-80, 2024.
- [14] B. Curtis, C. Garnett, B. L. Shader, and K. N. Vander Meulen, The non-symmetric strong multiplicity property for sign patterns, *Electronic Journal of Linear Algebra*, 41, 153-165, 2025.
- [15] S. M. Fallat, L. Hogben, The minimum rank of symmetric matrices described by a graph: A survey, *Linear Algebra and its Applications*, 426, 558–582, 2007.
- [16] A. Saha, L. Tilis, K. N. Vander Meulen, and A. Van Tuyl. Sign patterns which require or allow the strong multiplicity property, arXiv preprint, 2505.08967, 2025.
- [17] S. Koljančić and P. Oblak, The strong spectral property for some families of unicyclic graphs, arXiv preprint, 2501.01719, 2025.

На списку је наведено 17 референци из литературе. Већина ових референци представља савремене радове који су у посљедњих 5 година објављени у врхунским међународним научним часописима. Додатно, на презентацији теме и програма истраживања докторске дисертације кандидат је дао детаљно образложење избора наведене литературе у циљу вјеродостојног покривања аспекта проблема који се разматра. Због тога, утисак је да наведене референце представљају добар одабир литературе, како са становишта њиховог обима, тако са становишта њиховог садржаја и савремености.

Да ли су коришћена литература и референце релевантне у погледу обима, садржаја и савремености.

☒ ДА

☐ НЕ

6.5. Циљеви истраживања

С обзиром на Теорему о суперграфу пожељно би било описати што је могуће „рјеђе“ графове (у смислу да имају што је могуће мањи број грана) јер јако спектрално својство гарантује егзистенцију „гушће“ матрице (у смислу да имају што је могуће више ненула позиција) са истим спектром. Како је у [10] овај проблем у потпуности ријешен за стабла – графове без контура – први корак у даљем истраживању били би графови са тачно једном контуром, тзв. унициклични графови. У склопу ове дисертације очекује се конструкција барем још једног таквог правила, а које би помогло у карактеризацији уницикличних графова у смислу јаког спектралног својства. Недавна истраживања на овом пољу резултовала су формулисањем неколико правила која могу помоћи у провјери да ли је дати граф SSP граф.

Такође, с обзиром на то да постоји (уницикличан) граф са јаким спектралним својством [10, Example 3.17] а који није обухваћен ниједним поменутих правилом, дио истраживања подразумијева проналажење још неких класа уницикличних графова који такође нису обухваћени истим правилима. Као такви, ти графови захтијевају конструкцију другачијих алата из линеарне алгебре за доказивање јаког спектралног својства. Наиме, ријеч је о графовима који настају спајањем контуре са путем у једном крајњем чвору пута (tadpoles).

О уницикличним графовима се јако мало зна у смислу IEPG, тек неколико параметара може да се прецизно одреди или повеже са неким другим параметрима графа (видјети [7]). У циљу рјешавања инверзног проблема својствених вриједности уницикличних графова, рјешавање било ког

потпроблема датог проблема је од значаја. Један од потпроблема јесте одређивање могућих уређених k -торки природних бројева које представљају вишеструкости својствених вриједности матрица које одговарају датим графовима. У склопу ове дисертације очекује се неколико резултата који су повезани са овим и другим сличним проблемима.

У [8] аутори уводе пандан појму јаког спектралног својства симетричне матрице на произвољној, не нужно симетричној матрици, **nSSP** (non-symmetric Strong Spectral Property). Сада прости графови бивају замијењени усмјереним графовима (диграфовима). У неким случајевима се умјесто одговарајућег нула-ненула шаблона посматрају одговарајући *знаковни шаблон* (матрица чији су коефицијенти $+$, $-$ или 0), као и *знаковни диграф* умјесто диграфа. Аутори су доказали Теорему о супершаблону [8, Theorem 5.4] и она представља природни аналогон претходно поменутог Теореме о суперграфу. Теорема исказује да за сваки знаковни шаблон који посједује nSSP матрицу као представника, у било ком свом надшаблону такође има nSSP матрицу која је слична полазној матрици.

У [14] аутори уводе појам несиметричног јаког својства вишеструкости (non-symmetric strong multiplicity property/nSMP), а затим и појам знаковног шаблона који захтијева nSMP. У [16] аутори конструишу и неколико класа знаковних шаблона који захтијевају nSMP. Дефинишу појам знаковног шаблона који не дозвољава nSMP, те појам знаковног шаблона који дозвољава али не захтијева nSMP. У истом раду аутори налазе примјер матрице која посједује nSMP, али нема nSSP, и тако потврђују да се nSMP разликује од nSSP.

У склопу истраживања докторске дисертације уводе се комбинаторна правила на усмјереном графу. Користећи та правила, доказују се и генерализују за nSSP неки резултати из [16] који се односе на nSMP.

У [4] аутори изучавају тзв. STP својство које је еквивалентно са nSSP, а у склопу истог рада пронађени су одређене нула-ненула шаблони и знаковни шаблони који захтијевају STP или дозвољавају STP, те постављају више занимљивих отворених проблема. Користећи тек уведена комбинаторна правила за усмјерене графове, кандидат планира ријешити нека од тих отворених питања и генерализовати њихове резултате. Важно је нагласити да се технике примијењене при рјешавању поменутих проблема значајно разликују од метода које су користили аутори у [4].

Додатни циљ истраживања подразумијева и потпуну карактеризацију свих нула-ненула и знаковних шаблона реда највише три у смислу nSSP.

Да ли су циљеви истраживања јасно дефинисани и усклађени са предметом истраживања?

☒ ДА

☐ НЕ

6.6. Хипотеза истраживања: главна и помоћне хипотезе⁷

1. Конструкција новог комбинаторног правила [17, Lemma 3.1] које помаже при доказивању јаког спектралног својства матрица.
2. Потпуна карактеризација [17, Theorem 3.2] уницикличних графова обима три у смислу SSP користећи правило из 1.
3. Проналазак [17, Theorem 4.1, Theorem 5.2] двије нове класе уницикличних графова обима 4 и обима 5 који имају SSP (tadpoles), а који не подлијежу комбинаторним правилима која су до сада откривена.
4. Проналазак неколико класа уницикличних графова обима барем четири, а које немају јако спектрално својство, те као такве могу помоћи при карактеризацији уницикличних графова обима барем четири [17, Example 4.5, Example 4.6, Example 6.2].

⁷ Попуњава се само за научни докторат.

5. Откривање неких могућих листа вишеструкости својствених вриједности код уницикличних графова, поготово када се ради о графовима из претходне хипотезе.
6. Конструкција комбинаторних правила помоћу којих се откривају класе усмјерених графова, односно знаковних шаблона који *захтијевају* nSSP.
7. Откривање нових класа усмјерених графова који не дозвољавају, или дозвољавају а не захтијевају, да све матрице које их представљају имају nSSP.
8. Потпуна карактеризација свих 2x2 и 3x3 знаковних шаблона у смислу nSSP.

Да ли је хипотеза истраживања јасно дефинисана?

☒ ДА

☐ НЕ

6.7. Очекивани резултати

Користећи изведено комбинаторно правило [17, Lemma 3.1], доказује се теорема [17, Theorem 3.2] у којој се у потпуности карактеришу унициклични графови обима три у смислу јаког спектралног својства.

Резултати [17, Theorem 4.1, Theorem 5.2] имају велики значај у истраживању уницикличних графова (обима барем четири). Осим тога, технике кориштене у доказивању тих резултата могу да послуже за испитивање јаког спектралног својства неких других графова који имају уницикличан граф као покривајући подграф.

С обзиром на то да је до сада откривен мали број графова који имају SSP, откривање нових класа графова са SSP је велики напредак у смислу рјешавања IEPG. Будући да су ти графови још и унициклични (графови са малим бројем грана), користећи Теорему о суперграфу може се гарантовати да за надграф сваког уницикличног графа обима три који има SSP, као и за надграф графа класе *tadpoles* обима четири или пет (описане у секцији Дефинисање и опис предмета/проблема истраживања), постоје матрице са SSP које имају исти спектар као полазне матрице.

Правила изведена у несиметричном случају се користе за откривање многих фамилија усмјерених графова који захтијевају јако спектрално својство, а откриће истих олакшава даље истраживање знаковних шаблона. Имајући у виду да вриједи и Теорема о супершаблону, користећи детектоване нула-ненула и знаковне шаблоне са nSSP могу се детектовати и матрице које одговарају надшаблонима тих шаблона, а које ће такође имати nSSP и бити сличне полазним матрицама.

Сви очекивани резултати допринијеће бољем разумијевању IEPG-а уопште.

Да ли је образложен научни/ умјетнички значај и/или потенцијална примјена очекиваних резултата?

☒ ДА

☐ НЕ

6.8. План рада и временска динамика

У првој фази обликоваће се истраживачке теме и разрадити постављене хипотезе. Друга фаза подразумијева проучавање литературе и претходних резултата као и разраду идеја и предложених математичких метода за наведени концепт. У трећој фази кандидат ће, у договору са својим менторима, радити на реализацији циља истраживања и добијању свих очекиваних резултата. Дио истраживања је у поодмаклом стадијуму и кандидат већ има одређен дио наведених резултата. Очекује се да планирана истраживања буду приведена крају у року од годину дана.

Да ли су предложени одговарајући план рада и временска динамика израде дисертације?

☒ ДА

☐ НЕ

6.9. Материјал и методологија рада

У истраживању се користе методе чисте теоријске математике, алгебарске, комбинаторне и рачунске методе.

Будући да се ради о истраживању у оквиру теоријске математике, сви материјали који се користе јесу писани материјали – литература која је наведена у референцама.

За извођење нових комбинаторних правила која помажу при доказивању јаког спектралног својства, од великог значаја су резултати дати у [10].

За потпуну карактеризацију уницикличних графова обима три [17, Theorem 3.2], користиће се ново конструисано правило [17, Lemma 3.1], као и [10, Lemma 2.3].

Примјером [10, Example 3.17] се илуструје граф који посједује SSP, али га није могуће покрити конструисаним правилима. Идеја која стоји иза доказивања јаког спектралног својства за овај граф генерализована је у двије теореме [17, Theorem 4.1, Theorem 5.2], што заузврат доводи до нових класа графова (tadpoles) обима четири и пет који посједују SSP. Примјер [17, Example 6.2] показује да исто не важи за графове обима шест поменуте класе.

При одређивању могућих листа мултиплицитета својствених вриједности за уницикличне графове користе се раније добијени резултати у вези са SSP уницикличних графова, као и Augmentation Lemma [5, Lemma 7.5], која представља примјену добро познате Matrix Liberation Lemma ([5, Lemma 7.3]).

Иако nSSP и SSP не подразумевају један други, када се ради о резултатима који се тичу несиметричних матрица и јаког спектралног својства покушај конструкције комбинаторног правила заправо долази од комбинаторних правила конструисаних у симетричном случају.

Успјешна конструкција комбинаторног правила на усмјереном графу подразумева проналазак многих класа усмјерених графова који захтијевају јако спектрално својство, али и многих класа усмјерених графова који не дозвољавају, или дозвољавају а не захтијевају, да све матрице које их представљају имају јако спектрално својство.

Предложени методи су адекватни и омогућиће кандидату да реализује постављене циљеве истраживања.

Да ли су предвиђени материјал и методологија рада одговарајући?	☒ ДА	☐ НЕ
---	--	-----------------------------

6.10. Мјесто, лабораторија и опрема за експериментални рад⁸

-

Да ли су предвиђени одговарајуће мјесто, лабораторија и опрема за експериментални рад?	☐ ДА	☒ НЕ
--	-----------------------------	--

Да ли је планирана сарадња са другим институцијама у земљи и иностранству?	☒ ДА	☐ НЕ
--	--	-----------------------------

Да ли је тема подобна?	☒ ДА	☐ НЕ
------------------------	--	-----------------------------

⁸ Попуњава се само за научни докторат.

6. ЗАКЉУЧАК		
Да ли студент испуњава прописане услове?	☒ ДА	☐ НЕ
Да ли је тема подобна?	☒ ДА	☐ НЕ
Да ли први ментор испуњава прописане услове?	☒ ДА	☐ НЕ
Да ли други ментор испуњава прописане услове?	☒ ДА	☐ НЕ

Мјесто и датум: 13.01.2026. године

*др Бојан Николић, доцент, Природно-математички факултет
Универзитета у Бањој Луци, с.р.*
Предсједник комисије

*др Борис Пејковић, доцент, Природно-математички факултет
Универзитета у Бањој Луци, с.р.*
Члан комисије

*др Ник Стојар, доцент, Факултет за
Грађевинарство и геодезију
Универзитета у Љубљани, с.р.*
Члан комисије

ИЗДВОЈЕНО МИШЉЕЊЕ: Члан комисије који не жели да потпише извјештај јер се не слаже са мишљењем већине чланова комисије дужан је да у извјештај унесе образложење, то јест разлоге због којих не жели да потпише извјештај.

У прилогу извјештаја доставити:

1. Одлука Умјетничко-научно-наставног / научно-наставног вијећа чланице Универзитета о именовању комисије за оцјену подобности студента, теме и испуњеност услова за менторство;
2. Одлука Умјетничко-научно-наставног / научно-наставног вијећа чланице Универзитета о усвајању извјештаја комисије за оцјену подобности студента, теме и испуњеност услова за менторство;
3. Пријава приједлога теме докторске дисертације – Образац 1;
4. Извјештај комисије за оцјену подобности студента, теме и испуњеност услова за менторство – Образац 2.